This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

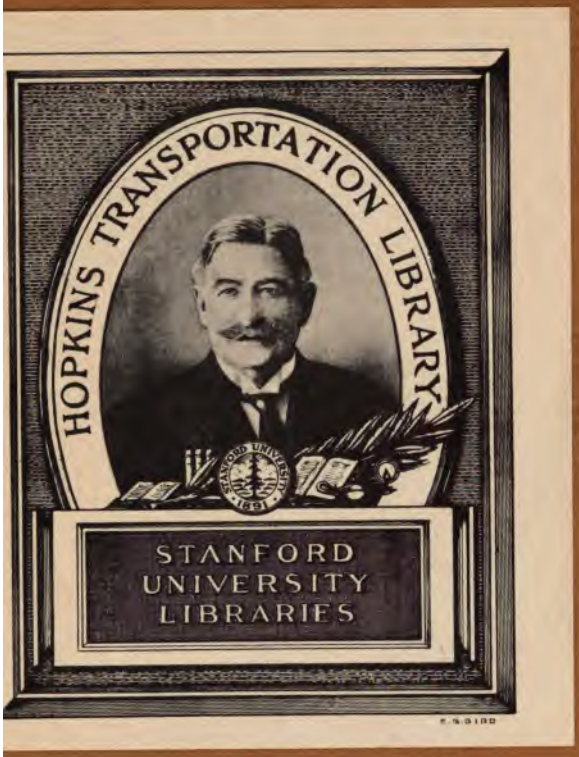
+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.


HOPKINS TRANSPORTATION LIBRARY
STANFORD
UNIVERSITY
LIBRARIES

THEORETISCHE UNTERSUCHUNG

DER

CONSTRUCTIONSSYSTEME

DES

UNTERBAUES VON LOCOMOTIVEN

VON

JOHANNES EINBECK,

INGENIEUR,

MITINHABER DER FIRMA EINBECK & VETTER IN FRANKFURT A/M.

MIT XI LITHOGRAPHIRTEN TAFELN.

LEIPZIG,

VERLAG VON LEOPOLD VOSS.

1875.

1664

TJ 635
E 35

TRANSPORTATION

SEINEM HOCHVEREHRTEN LEHRER

HERRN GEHEIMEN HOFRATH, PROFESSOR

D^R. F. GRASHOF

IN AUFRICHTIGER DANKBARKEIT

GEWIDMET

VOM VERFASSER.

EINLEITUNG.

Wenn wir die ausserordentlich vielen und mannichfaltigen Systeme sehen, in denen die Dampfmaschine als Betriebsmaschine ihre Arbeit verrichtet, so kann uns dies bei der jedesmal anderen Beschaffenheit ihres Aufstellungsortes und bei der grossen Verschiedenheit der von ihr verlangten Arbeiten nicht Wunder nehmen. Dass aber eine Maschine, wie die Locomotive, die an keinen Ort gebunden ist, und bei der man von der einen wie von der andern verlangt, dass sie eine gewisse Last mit einer gewissen Geschwindigkeit zu ziehen im Stande ist, durch so viele verschiedene Systeme in der Praxis vertreten ist, berechtigt uns wohl, nach einem besondern Grund dieses Umstandes zu fragen. Derselbe ist darin zu suchen, dass die Locomotive keiner langen Entwicklungsperiode bedurfte, um ihre jetzige Höhe der Vollendung zu erreichen, sondern dass es dem Engländer Stephenson schon nach wenigen missglückten Versuchen gelang, eine Maschine „Rocket" herzustellen, die allen Anforderungen an eine Locomotive zu entsprechen schien, und die nun, ehe die Theorie daran ging, auf die mathematischen und mechanischen Grundsätze dieser Maschine sich stützend, bei der Vervollkommnung derselben bestimmte Principien festzustellen, als Vorbild dienen konnte zu einer ausserordentlich grossen Zahl verschiedenster Systeme. Die Praxis liess also der Theorie nichts weiter übrig, als das vorhandene Material einer strengen Kritik zu unterwerfen, und aus ihm das Beste und Empfehlenswertheste nachzuweisen.

Dasjenige nun, was für alle verschieden aufgestellten Systeme den Unterscheidungspunkt bildet, ist der Unterbau, und wenn wir in dem Folgenden unsere theoretischen Untersuchungen speciell auf diesen Theil der Locomotive richten, so greifen wir damit in das innerste Wesen des Locomotivbaues ein, und setzen uns nach Feststellung der Principien, auf denen eine gute Construction des Unterbaues beruht, in den Stand, nach diesen jedes uns vorgelegte System zu beurtheilen.

Die Bestimmung des Unterbaues ist, den Oberbau zu tragen, und diesem wie dem ihm folgenden Train eine der vorgeschriebenen Schienenbahn parallele und bei eingetretenem Beharrungszustand, in dem die Arbeit der von der Locomotive aufgewandten Kraft gleich ist der zu überwindenden Widerstandsarbeit, mit gleichförmiger Geschwindigkeit erfolgende Translation zu ertheilen.

Um dem ersten Theil dieser Anforderungen zu entsprechen, ist die Anordnung des Unterbaues in ihren allgemeinen Umrissen folgende:

Ein Rahmen, d. h. 2, 4 auch wohl 6 hohe aber dünne Schienen, welche durch eiserne oder hölzerne Querbalken, die sogenannten Bufferbalken, verbunden sind, dient als directe Unterlage des Oberbaues, und stützt sich mittelst eines Systems von Federn auf die Lagerschaalen der Axen, die sogenannten Axenbüchsen, von denen jede durch eine von dem Rahmenbau ausgehende Gabel der Axengabel, gehalten wird; die Axenbüchsen umschliessen die Zapfen der Axen, mit welchen die Räder der Locomotive fest verbunden sind.

Damit nun dies Gestell als sichere Stütze des Oberbaues dienen kann ist es vor Allem erforderlich, dass dasselbe in allen seinen Theilen die nöthige Festigkeit besitze.

Wir hätten demgemäss zunächst über die Festigkeitsverhältnisse des Unterbaues zu reden; da wir jedoch hier keine Anleitung zu einer Detail construction geben, sondern die theoretischen Principien entwickeln wollen auf denen eine gute Construction des Unterbaues beruht, so lassen wir diesen Theil der Untersuchung fallen.

Um dem Oberbau wie dem folgenden Train eine der Schienenbahn parallele Translation zu geben, setzt der Unterbau die Rotation der von zwei an der Längsseite des Rahmens befestigten Hochdruckmaschinen in Bewegung gesetzten Triebwelle mittelst der Triebräder in eine geradlinig fortschreitende Bewegung um.

Von der diese Bewegung beschleunigenden Kraft wird nun verlangt, dass sie im Stande ist, die durch den nachfolgenden Train erzeugten Widerstände zu überwinden, und lautet somit das erste Kapitel unserer Aufgabe:

Die Zugkraft der Locomotive.

Haben wir dann festgestellt, wie diese von der Anordnung des Unterbaues abhängig ist, so werden wir uns zu der letzten Anforderung denselben wenden, nämlich bei eingetretenem Beharrungszustand die dem Oberbau und dem Train ertheilte Translation zu einer der Schienenbahn parallelen und mit gleichförmiger Geschwindigkeit erfolgenden zu machen.

TRANSPORTATION

Dieses Kapitel wird also über:

Die Aufhebung der störenden Bewegungen

handeln.

Schliesslich wollen wir dann verschiedene in der Praxis gebräuchliche Systeme vornehmen, und zu ihrer Beurtheilung die vorhin entwickelten theoretischen Principien anwenden.

KAPITEL I.

Die Zugkraft der Locomotive.

Wenn wir uns in der grossen Zahl verschieden construirter Locomotiven umsehen, so können wir dieselben nach ihrem Zweck in zwei grosse Gruppen eintheilen:

Personenzuglocomotiven und Güterzuglocomotiven.

Bei den ersteren kommt es hauptsächlich auf die Geschwindigkeit an, mit der sie eine geringere Last vorwärts bewegen, die Aufgabe der zweiten Gruppe ist, grosse Lasten zu ziehen.

Je nachdem eine Locomotive einem der oben genannten Zwecke genügen soll, wird auch ihr Unterbau eine entsprechende Gestalt annehmen müssen.

Wir setzen eine Locomotive voraus mit beliebig vielen z. B. n Triebaxen, d. h. solchen, an welche die von den Maschinen ausgehende Kraft, sei es direct durch die Schubstange, sei es durch Kupplungsstangen angreift, so ist die Anzahl der Triebräder gleich $2n$.

Ferner sei:

D der gemeinschaftliche Durchmesser, und

R der gemeinschaftliche Radius aller Triebräder,

P der während eines Kolbenhubes als constant angenommene resultirende Dampfdruck auf den Kolben einer Maschine,

$\mathfrak{P}$ der Gesammtdruck, welchen die $2n$ Triebräder gegen die Schienen ausüben,

α der veränderliche Winkel, welchen die rechte Triebkurbel, d. h. die Kurbel, an welche die Schubstange der rechten Maschine angreift, mit der Horizontalen bildet,

λ der veränderliche Winkel der Schubstange der rechten Maschine mit der Horizontalen,

α_1 und λ_1 die entsprechenden Winkel an der linken Maschine.

Ferner mögen die Triebkurbeln der beiden Maschinen, wie es fast allen Constructionen entspricht, einen Winkel von 90° mit einander bilden, so dass:

$$\alpha_1 = \alpha + 90^0.$$

Die Triebaxe, an welche die Kraft P direct durch die Schubstange angreift, sei O. (Tafel I. Figur 1.)

Wir denken uns durch O eine horizontale und eine verticale Ebene gelegt, welche die Kurbelkreise der rechten und der linken Maschine in 4 Quadranten zerlegt. Wir nennen den oberen linken Quadranten der rechten Maschine den ersten, und denken uns die Drehung der Kurbel im Sinne des Uhrzeigers vor sich gehend.

Steht nun die Kurbel der rechten Maschine im ersten Quadranten, so sehen wir aus Figur 1, dass sich der Druck P im Gelenk A der Schubstange mit der Kolbenstange zerlegt in die Verticalcomponente:

$$N = P\,tag\,\lambda;$$

und in die in der Schubstangenrichtung wirkende:

$$Q = \frac{P}{cos\,\lambda}.$$

Verlegt man dieses Q nach dem anderen Gelenk B der Schubstange mit der Kurbel, und bringt in O zwei gleiche und entgegengesetzte Kräfte Q an: Q' und $-Q'$, so bilden Q und $-Q'$ ein Kräftepaar, dessen Moment:

$$Q\,.\,r\,.\,sin(\alpha - \lambda) = Pr\,\frac{sin(\alpha - \lambda)}{cos\,\lambda}.$$

Das entsprechende Kräftepaar an der linken Maschine ist, wie aus Fig. 2 ersichtlich:

$$Q_1\,.\,r\,.\,sin(90^0 + \alpha - \lambda_1) = Pr\,\frac{cos(\alpha - \lambda_1)}{cos\,\lambda_1}.$$

Folglich ist das resultirende auf die Triebräder der Axe O wirkende Kräftepaar:

$$Pr\left\{\frac{sin(\alpha - \lambda)}{cos\,\lambda} + \frac{cos(\alpha - \lambda_1)}{cos\,\lambda_1}\right\}.$$

Die Kraft $+ Q'$ bei der rechten und $+ Q'_1$ bei der linken Maschine zerlegen wir in je 2 Componenten, die eine parallel der horizontalen Cylindermittellinie:

$$Q'cos\,\lambda = + P, \text{ und } Q'_1\,cos\,\lambda_1 = + P,$$

die anderen normal gegen dieselbe, also vertical gerichtet:

$$Q'sin\,\lambda = - N, \text{ und } Q'_1\,sin\,\lambda_1 = - N_1.$$

Die Horizontalcomponenten $Q' \cos\lambda$ und $Q'_1 \cos\lambda_1$ werden durch die gegen die innere Wand der Cylinderdeckel ausgeübten Pressungen $— P$ des Dampfes aufgehoben.

Der Einfluss von $Q' \sin\lambda$ und $Q'_1 \sin\lambda_1$, welche normal zur Bewegungsrichtung der Locomotive sind, kann nur der sein, dass der Druck des zur Axe O gehörigen Räderpaares gegen die Schienen vermehrt wird, was wir jedoch wegen der geringen Grösse der Winkel λ und λ_1 vernachlässigen können.

Die Wirkung des Kräftepaares

$$Pr \left\{ \frac{\sin(\alpha - \lambda)}{\cos\lambda} + \frac{\cos(\alpha - \lambda_1)}{\cos\lambda_1} \right\}$$

theilt sich nun nicht allein den Triebrädern der Axe O, sondern in Folge der Kupplung auch allen übrigen Triebrädern mit, so dass, wenn die Locomotive nicht auf den Schienen aufstünde, sämmtliche Triebräder frei um ihre Axen gedreht werden würden.

Ueben diese jedoch, auf Schienen stehend, gegen dieselben insgesammt den Druck $\mathfrak{P}$ aus, so wird ihre freie Rotation um ihre Axe durch den Reibungswiderstand gehemmt.

Die Reibungswiderstände der Triebräder auf der rechten Seite der Locomotive wirken nun alle in einer Geraden, nämlich in der Richtung der rechten Schiene, auf welcher sie aufstehen; entsprechend verhält es sich auf der linken Seite, so dass man rechts die sämmtlichen Widerstandskräfte nach dem Berührungspunkt E des rechten Triebrades der Axe O mit der Schiene, und ebenso links die Widerstandskräfte nach dem des linken Triebrades E_1 verlegen kann.

Die Wirkung der Reibung ist bis zu einer gewissen Grenze der angreifenden Kraftgrösse, welche gleich ist dem Reibungscoefficienten mal dem ausgeübten Normaldruck der sich berührenden Flächen, die einer Reactionskraft, d. h. ihr Widerstand ist gleich der angreifenden Kraft. Sobald jedoch die letztere jene Grenze überschreitet, so vergrössert sich der Widerstand der Reibung nicht mehr, sondern wirkt dann als constante verzögernde Kraft auf die Bewegung des durch die äussere Kraft angegriffenen Körpers.

Wir verwandeln das Kräftepaar: $Pr \left\{ \frac{\sin(\alpha - \lambda)}{\cos\lambda} + \frac{\cos(\alpha - \lambda_1)}{\cos\lambda_1} \right\}$

in ein aequivalentes, dessen Arm R, so lautet dasselbe:

$$P \cdot \frac{r}{R} \left\{ \frac{\sin(\alpha - \lambda)}{\cos\lambda} + \frac{\cos(\alpha - \lambda_1)}{\cos\lambda_1} \right\} \cdot R;$$

verlegen wir nun dasselbe in seiner Ebene so, dass der Angriffspunkt d
einen Kraft in O, der der anderen in E fällt, so ersehen wir, dass an d
Peripherie des Rades eine Kraft:

$$P \frac{r}{R} \left(\frac{\sin \alpha - \lambda}{\cos \lambda} - \frac{\cos \alpha - \lambda_1}{\cos \lambda_1} \right)$$

das Rad im Sinn des Pfeiles um O zu drehen sucht.

Ist nun diese Kraft kleiner als die Grenze des Reibungswiderstand
$f\mathfrak{P}$, so erzeugt sie in E eine ihr gleiche und entgegengesetzte Reaction
kraft K, und wird durch diese in ihrer Wirkung aufgehoben, so dass v
dem Kräftepaar:

$$P \frac{r}{R} \left(\frac{\sin \alpha - \lambda}{\cos \lambda} + \frac{\cos \alpha - \lambda_1}{\cos \lambda_1} \right) R$$

nur noch die eine in O angreifende Kraft:

$$P \frac{r}{R} \left(\frac{\sin \alpha - \lambda}{\cos \lambda} + \frac{\cos \alpha - \lambda_1}{\cos \lambda_1} \right) = K$$

und zwar als die treibende Kraft übrig bleibt.

Dieser Ausdruck für K gilt jedoch nur so lange, als die Kurbel d
rechten Maschine sich in dem ersten Quadranten befindet. Tritt diese
in den zweiten Quadranten, so sehen wir aus Tafel VII, Fig. 2, dass P f
die linke Maschine seine Richtung umgekehrt hat, und somit als $-P$
Rechnung zu bringen ist, so dass für den zweiten Quadranten, oder:

für $$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi:$$

$$K = P \frac{r}{R} \left(\frac{\sin(\alpha - \lambda)}{\cos \lambda} - \frac{\cos \alpha - \lambda_1)}{\cos \lambda_1} \right).$$

Ebenso ergiebt sich aus Tafel VII, Fig. 3 und 4

für $$\pi < \alpha < \frac{3}{2} \pi:$$

$$K = P \frac{r}{R} \left(- \frac{\sin(\alpha - \lambda)}{\cos \lambda} - \frac{\cos(\alpha - \lambda_1)}{\cos \lambda_1} \right).$$

für $$\frac{3}{2} \pi < \alpha < 2\pi:$$

$$K = P \frac{r}{R} \left(- \frac{\sin(\alpha - \lambda)}{\cos \lambda} + \frac{\cos(\alpha - \lambda_1)}{\cos \lambda_1} \right)$$

und sind hierbei λ und λ_1 positiv oder negativ gesetzt, je nachdem sie von d
Schubstange oberhalb oder unterhalb mit der Horizontalen gebildet werde

Was die Componenten der Kräfte Q' und Q'_1 (vergl. pag. 4) betrifft, so werden auch in den drei letzten Quadranten die Horizontalcomponenten:

$$Q' \cos\lambda = \mp P \text{ und } Q'_1 \cos\lambda_1 = \mp P$$

durch die gegen die Cylinderdeckel ausgeübten Pressungen $\mp P$ des Dampfes aufgehoben, und der Einfluss der stets nach unten wirkenden Verticalcomponenten:

$$Q' \sin\lambda = -N \text{ und } Q'_1 \sin\lambda_1 = -N_1$$

ist auch hier so gering, dass wir denselben vernachlässigen.

Wir setzen nun:

$$\frac{\sin(\alpha - \lambda)}{\cos\lambda} = \sin\alpha - \cos\alpha \operatorname{tag}\lambda,$$

$$\frac{\cos(\alpha - \lambda_1)}{\cos\lambda_1} = \cos\alpha + \sin\alpha \operatorname{tag}\lambda_1;$$

λ und λ_1 sind stets so kleine Winkel, dass wir:

$$\operatorname{tag}\lambda = \sin\lambda \text{ und}$$

$$\operatorname{tag}\lambda_1 = \sin\lambda_1$$

setzen können.

Ist die Länge der Schubstange gleich L, so ergiebt sich aus Dreieck ABO (Tafel I, Fig. 1):

$$\frac{r}{L} = \frac{\sin\lambda}{\sin\alpha}$$

und aus Dreieck $AB'O$: (Fig. 2)

$$\frac{r}{L} = \frac{\sin\lambda_1}{\sin(\alpha + 90^0)} = \frac{\sin\lambda_1}{\cos\alpha}$$

so dass:

$$\operatorname{tag}\lambda = \frac{r}{L}\sin\alpha, \text{ und}$$

$$\operatorname{tag}\lambda_1 = \frac{r}{L}\cos\alpha.$$

Mit diesen Werthen ist:

für: $$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}:$$

$$K_1 = P\frac{r}{R}\left\{\sin\alpha - \frac{r}{L}\sin\alpha\cos\alpha + \cos\alpha + \frac{r}{L}\sin\alpha\cos\alpha\right\}$$

$$= P\frac{r}{R}\left(\sin\alpha + \cos\alpha\right);$$

für: $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$:

$$K_2 = P\,\frac{r}{R}\left\{\sin\alpha - \cos\alpha - 2\,\frac{r}{L}\sin\alpha\cos\alpha\right\}$$

$$= P\,\frac{r}{R}\left(\sin\alpha - \cos\alpha - \frac{r}{L}\sin 2\alpha\right);$$

für: $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$:

$$K_3 = P\,\frac{r}{R}\left(-\sin\alpha - \cos\alpha\right);$$

für: $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$:

$$K_4 = P\,\frac{r}{R}\left(-\sin\alpha + \cos\alpha + \frac{r}{L}\sin 2\alpha\right).$$

Für $\alpha = 0$ und $\alpha = 90^0$ ist K_1 ein Minimum:

$$K_{1\,min} = P\,\frac{r}{R};$$

für $\alpha = 45^0$ ist:

$$K_{1\,max} = P\,\frac{r}{R}\sqrt{2}.$$

Das Maximum von K_2 erhalten wir durch Differenzirung der Grös

$$\sin\alpha - \cos\alpha - \frac{r}{L}\sin 2\alpha$$

nach α:

$$\cos\alpha + \sin\alpha - 2\,\frac{r}{L}\cos 2\alpha = 0.$$

Folglich:

$$\cos\alpha + \sin\alpha = 2\,\frac{r}{L}\cos 2\alpha, \text{ oder:}$$

$$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha = 4\,\frac{r^2}{L^2}\cos^2 2\alpha;$$

oder: $$1 + \sin 2\alpha = 4\,\frac{r^2}{L^2}\left(1 - \sin^2 2\alpha\right)$$

oder: $$\sin^2 2\alpha + \frac{L^2}{4r^2}\sin 2\alpha = 1 - \frac{L^2}{4r^2};$$

folglich:

$$\sin 2\alpha = -\frac{8r^2}{L^2} \pm \sqrt{1 - \frac{L^2}{4r^2} + \frac{L^4}{64r^4}};$$

TRANSPORTATION

ehmen wir an, dass:

$$L = 5r,$$

› ergiebt sich:

$$\sin 2\alpha = -0{,}999911;$$

› dass wir, da hier:

$$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$$

nit genügender Annäherung setzen können:

$$\alpha = 135^0.$$

Hierfür ist:

$$K_{2max} = P\,\frac{r}{R}\left\{\sqrt{2} + \frac{r}{L}\right\}$$

$$= P\,\frac{r}{R}\left\{\sqrt{2} + \frac{1}{5}\right\} = 1{,}614\ P\,\frac{r}{R}.$$

$\alpha = \frac{\pi}{2}$ und $\alpha = \pi$ giebt den Minimalwerth von K_2:

$$K_{2min} = P\,\frac{r}{R}.$$

In K_3 setzen wir:

$$\alpha = \pi + \alpha', \text{ so dass:}$$
$$\sin\alpha = -\sin\alpha'$$
$$\cos\alpha = -\cos\alpha',$$

so ist:

$$K_3 = P\,\frac{r}{R}\left(\sin\alpha' + \cos\alpha'\right)$$

und:

$$K_{3max} = P\,\frac{r}{R}\sqrt{2}$$

$$K_{3min} = P\,\frac{r}{R}.$$

Endlich setzen wir auch in K_4:

$$\alpha = \pi + \alpha',$$

so dass auch $\sin 2\alpha = +\sin 2\alpha'$.

Entsprechend dem Maximalwerth von K_2 ist dann:

$$K_{4max} = P\,\frac{r}{R}\left\{\sqrt{2} - \frac{1}{5}\right\}$$

$$= 1{,}214\ P\,\frac{r}{R}$$

$$K_{4min} = P\,\frac{r}{R}.$$

Daraus ergiebt sich, dass, wenn K allgemein für die 4 Quadranten d treibende Kraft bedeutet:

$$K_{max} = 1{,}614\ P\ \frac{r}{R},$$

$$K_{min} = P\ \frac{r}{R}.$$

Von dieser Kraft K hatten wir (pag. 6) vorausgesetzt, dass sie klein sein sollte als die Grenze des Reibungswiderstandes zwischen den Räd und der Schiene; folglich muss:

$$K_{max} = 1{,}614\ P\ \frac{r}{R} < f\mathfrak{P}$$

sein. Da aber K die allein treibende Kraft der Locomotive ist, so mu $K_{min} = P\ \frac{r}{R} \geqq$ den zu überwindenden Widerständen bei der Inga setzung eines Zuges resp. der Mittelwerth von K gleich den Widerstän bei gleichmässigem Fortlauf des Zuges sein.

Je grösser also die Widerstände, desto grösser muss $P\ \frac{r}{R}$, und d grösser $f\mathfrak{P}$ sein.

Bei gleichem mittlerem Hinterdampfdruck und gleichem Kurbelra können wir daher desto grössere Lasten ziehen, je kleiner der Trieb durchmesser, und haben wir, wenn wir ferner noch bedenken, dass Fahrgeschwindigkeit einer Locomotive für die Geschwindigkeit v Kurbelwarze:

$$V = v\ \frac{R}{r},$$

also direct proportional dem Radius R ist, für Personenzuglocomo grosse, für Güterzuglocomotiven kleine Triebräder zu wählen.

Ferner muss für die letzteren $f\mathfrak{P}$ möglichst gross gemacht werd

Was den Reibungscoëfficienten f betrifft, so könnte man diese bestimmten Locomotiven nur dadurch vergrössern, dass man die äu Oberfläche der Triebradbandage möglichst rauh macht. Da jedoch Schärfe der Radperipherie erstens die Schienen sehr angreifen und zwe sich sehr schnell abnutzen würde, so ist es für Locomotiven, welche st dazu bestimmt sind, grosse Lasten zu ziehen, d. h. für Güterzuglocomo vorzuziehen, $\mathfrak{P}$ dem Widerstand entsprechend gross anzunehmen.

Wir haben somit zur Unterscheidung für Personen- und Güte locomotiven folgende allgemeine Gesichtspunkte:

A) Personenzuglocomotiven:
   1) Grosse Triebräder.
   2) Minder grosse Belastung der Triebaxen.

B) Güterzuglocomotiven.
   1) Kleine Triebräder.
   2) Grosse Belastung der Triebaxen.

Das Gewicht des Oberbaues wird nicht direct sondern durch Federn auf die einzelnen Axen übertragen.

Wenn (Tafel II) $\mathfrak{A}$ die Oberschaale des Zapfenlagers einer Axe ist, so ruht auf der oberen Fläche derselben die sogenannte Stütze $\mathfrak{BB}_1$ der Feder frei auf; am andern Ende $\mathfrak{B}_1$ trägt diese den Federkasten, welcher die Federn $\mathfrak{CC}_1$ in der Mitte zusammenhält; die Enden der Federn sind durch Gelenkstangen $\mathfrak{CD}$ und $\mathfrak{C}_1\mathfrak{D}_1$ mit dem Rahmen verbunden. Das Gewicht des Oberbaues greift also in den Punkten $\mathfrak{D}$ und $\mathfrak{D}_1$ an, und überträgt sich mittelst der Gelenkstangen, Federn und Stütze auf die Oberschaale $\mathfrak{A}$ des Lagers.

Es ist zuweilen wünschenswerth, die Federn unterhalb der Axe anzubringen, da der Platz oberhalb durch andere Constructionstheile in Anspruch genommen ist. In diesem Fall sind die beiden nach unten hin verlängerten Lappen $\mathfrak{L}$ und $\mathfrak{L}_1$ der Oberschaale (Tafel III) durch zwei Querstücke verbunden, und ist an diese mittelst eines Bolzens ein Stab gehängt, der an seinem unteren Ende den Federkasten hält. Im Uebrigen ist die Anordnung entsprechend der obigen.

Was die Federn selbst betrifft, so bestehen dieselben aus einem System übereinander gelegter elastischer Schienen. Ein Haupterforderniss einer derartig zusammengesetzten Feder ist, dass beim Durchbiegen derselben die einzelnen Schienen nicht von einander klaffen, sondern die sich berührenden Flächen womöglich in Berührung bleiben. Eine vollständige Theorie der Federn finden wir in Redtenbacher's „Gesetzen des Lokomotivbau's" pag. 201. Wir wollen uns hier damit begnügen, das einfachste, aber zugleich auch wohl das gebräuchlichste System vorzubringen, welches man dadurch erhält, dass man von der Dicke der Schiene im Vergleich zum Biegungsradius absieht, und nun den Krümmungsradius sämmtlicher gebogener Schienen constant werden lässt.

Betrachten wir (Taf. IV. Fig. 1 und 2) einen elastischen Stab CD von constanter Dicke b und der Länge $2L$, welcher auf den beiden Stützen A und B aufliegt, und an den beiden Enden C und D von einer Kraft P angegriffen wird; seine Breite sei zwischen A und B constant gleich b, von A jedoch nach C resp. von B nach D nehme dieselbe gleichförmig bis

O ab, so giebt uns die Festigkeitslehre zwischen dem Elasticitätsmodul d Materials E, dem Moment der äusseren Kraft M, dem Trägheitsmomen irgend eines Querschnittes dieses Stabes, dessen Entfernung von C gleic x, und dessen Krümmungsradius in Folge der Durchbiegung des ganz Stabes gleich ϱ ist, folgende Beziehung:

$$M = \frac{EI}{\varrho}.$$

Nehmen wir den Querschnitt zwischen C und A an, so ist:

$$M = Px.$$

Ist die Breite des betreffenden Querschnittes gleich y, so ist:

$$I = \frac{yb^3}{12};$$

folglich:

$$Px = \frac{Eyb^3}{12\varrho}; \text{ oder:}$$

$$\varrho = \frac{E}{12P} \cdot \frac{y}{x} b^3.$$

Setzen wir:

$$CA = BD = l,$$

so ist:

$$\frac{y}{x} = \frac{h}{l}; \text{ somit:}$$

$$\varrho = \frac{E}{12P} \cdot \frac{h}{l} b^3.$$

Nehmen wir den Querschnitt zwischen A und B an, so ist:

$$M = Px - (x - l) P$$
$$= Pl;$$

$$I = \frac{hb^3}{12}; \text{ so dass:}$$

$$Pl = \frac{Ehb^3}{12\varrho}, \text{ und:}$$

$$\varrho = \frac{E}{12P} \cdot \frac{h}{l} b^3.$$

Wir sehen somit, dass für den ganzen Stab der Krümmungsradius der stischen Linie constant ist.

Denken wir uns nun (Fig. 3 und 4) ein ganzes System solcher stischer Stäbe so übereinander gelegt, dass immer der Punkt A mit C_1 mit D_1, A_1 mit C_1 und B_1 mit D_2 u. s. w. zusammenfällt, so gilt für je

inzelnen Stab dieselbe obige Betrachtung, d. h. die sämmtlichen Schienen iegen sich nach einem und demselben Krümmungsradius.

Für einen bestimmten Fall ergiebt sich die Construction eines solchen ystems wie folgt:

Nimmt man an, dass die Enden der betreffenden Feder allein durch as auf sie lastende Gewicht um s^{met} heruntergedrückt worden sind, so ist ngenähert:

$$s(2\varrho - s) = L^2$$

der da s gegen ϱ sehr klein:

$$\varrho = \frac{L^2}{2s}.$$

Setzen wir dies oben ein, so erhalten wir:

$$\frac{L^2}{2s} = \frac{E}{12P} \cdot \frac{h}{l} b^3; \text{ oder:}$$

$$\frac{h}{l} = 6 \frac{PL^2}{E} \cdot \frac{1}{sb^3}.$$

Sind nun die Grössen rechts bekannt, so kann man $\frac{h}{l}$ berechnen.

Man verzeichnet sich dann (Fig. 5) einen Rhombus, dessen Diagonalen:

$$ab = 2L \text{ und}$$

$$cd = L \cdot \frac{h}{l};$$

will man ein System von n Schienen haben, so theilt man cd in $2n$ gleiche Theile, und zieht durch die Theilpunkte parallele Gerade mit ab:

$$a_1b_1,\ a_2b_2 \text{ u. s. w. und } a'_1b'_1,\ a'_2b'_2 \text{ u. s. w.}$$

Zerschneidet man nun den Rhombus nach diesen parallelen Geraden in $2n$ Streifen, und legt immer je zwei so zusammen, dass für

$$aba_1b_1 \text{ und } aba'_1b'_1$$

die Seiten ab,

für $a_1b_1a_2b_2$ und $a'_1b'_1a'_2b'_2$

die Seiten a_1b_1 und $a'_1b'_1$

u. s. w. zusammenfallen, so erhält man die Gestalt der verlangten n Schienen.

Das System selbst zeigt Fig. 6 und 7, wo jedoch die letzte Schiene von der Länge $2l$ durch die untere Wand des Federkastens ersetzt ist.

Was den Elasticitätsmodul betrifft, so ist derselbe für feinsten Federstahl = 20000 zu setzen, s schwankt in der Praxis zwischen $0,^m03$ bis

0,^{m}05; über die Wahl dieser Grösse zwischen diesen Grenzen werden wir weiter unten zu reden haben.

L, b und n hängen von dem Festigkeitsverhältniss der Federn ab, und gehört somit die Bestimmung dieser Grösse nicht in den Bereich unserer Aufgabe.

Nach dieser Construction würde die Feder im belasteten Zustande abwärts gebogen sein, und so den Anschein geben, als ob sie ihrer Aufgabe nicht gewachsen sei; um dies zu vermeiden, krümmt man die Schienen derartig, dass sie im belasteten Zustand noch etwas nach oben gebogen erscheinen.

Die Grösse des Drucks, welchen die Triebräder auf die Schienen ausüben müssen, um der Locomotive die verlangte Zugkraft zu geben, ist auch dafür bestimmend, wie viel solcher Räder man der betreffenden Maschine geben muss, da die Pressungen zwischen Rad und Schiene zur Conservirung beider eine gewisse Grenze nicht überschreiten dürfen.

Wir hatten oben vorausgesetzt, dass:

$$P\frac{r}{R}\left\{\pm\frac{\sin(\alpha-\lambda)}{\cos\lambda}+\frac{\cos(\alpha-\lambda_1)}{\cos\lambda_1}\right\}<f\mathfrak{P}.$$

Findet das Umgekehrte statt, so sagten wir oben, dass der Reibungswiderstand als verzögernde Kraft $f\mathfrak{P}$ auf die Bewegung des betreffenden Körpers wirkt. Sobald daher:

$$P\frac{r}{R}\left\{\pm\frac{\sin(\alpha-\lambda)}{\cos\lambda}+\frac{\cos(\alpha-\lambda_1)}{\cos\lambda_1}\right\}>f\mathfrak{P},$$

so halten sich die beiden Kräfte

$$P\frac{r}{R}\left\{\pm\frac{\sin(\alpha-\lambda)}{\cos\lambda}+\frac{\cos(\alpha-\lambda_1)}{\cos\lambda_1}\right\}\text{ und }f\mathfrak{P}$$

nicht mehr das Gleichgewicht, und es wird neben der in O angreifenden Kraft $K=f\mathfrak{P}$ noch eine Kraft auftreten, welche die Triebräder der Axe O resp. die sämmtlichen Triebräder um ihre Axen rotiren lässt. Es findet also ein relatives Gleiten derselben auf den Schienen statt.

Da dieses nun bei jeder auch noch so gut construirten Locomotive geschehen kann, dadurch z. B. dass man bei glatten Schienen also bei kleinem f, um beim Anziehen der Locomotive eine möglichst grosse angreifende Kraft zu haben, die Dampfspannung hat zu hoch werden lassen, so müssen wir die Pressung zwischen einem Rade und der Schiene so klein erhalten, dass durch ein derartiges Gleiten kein Aufrauhen oder Aufschiefern eines von beiden eintreten kann.

Die Berührung des Rades mit der Schiene findet in Wirklichkeit icht in einem Punkt statt, sondern bei der Elasticität des Materials eider Körper in einer Fläche, und zwar wird sich wegen des bedeutenden ewichtes, mit dem das Rad auf die Schiene drückt, ersteres in letztere inprägen, während es sich selbst etwas abplattet.

Wir nehmen an, die Belastung der betreffenden Triebaxe sei $2\mathfrak{P}_1$, so ass auf jedes Rad die Kraft $\mathfrak{P}_1$ kommt, mit der es auf die Schiene drückt.

Ferner nehmen wir an, dass die Zusammendrückung des Materials roportional sei der auf der betreffenden Stelle herrschenden gegenseitigen ressung, und zwar nennen wir beim Rade σ und bei der Schiene ϱ den oefficienten, mit dem man die Zusammendrückung multipliciren muss, m die entsprechende Pressung zu erhalten.

Der Kreis um C (Tafel I, Fig. 3) mit dem Berührungspunkt E_0 der orizontalen HH_1 stelle das Rad dar, wenn es keinen Druck auf die chiene ausübt; durch die Belastung der Triebaxe rücke C nach C_1, und latte sich der Bogen $a_0 E_0 i_0$ zu $a E i$ ab, während er sich zugleich in ie Strecke ai der Schiene einprägt.

Es muss nun die Pressung, welche das Rad gegen die Schiene aus- bt, gleich sein der Reactionspressung der Schiene gegen das Rad.

Bezeichnen wir:

$$bb' = v \text{ und } b'E_0 = \xi,$$

o sehen wir aus der Figur, dass v die Zusammendrückung der Schiene und: $b_1 - v$ die Zusammendrückung des Rades im Punkt b ist.

s muss daher:

$$v\varrho = (b_0b_1 - v)\sigma; \text{ folglich:}$$

$$v = \sigma \frac{b_0b_1}{\varrho + \sigma} \text{ sein.}$$

erner ist:

$$b_0b_1 = fE_0 - gE_0;$$

etzen wir:

$$aE_0 = e, \text{ so ist:}$$

$$e^2 = fE_0(D - fE_0)$$

der da fE_0 gegen D verschwindend klein:

$$fE_0 = \frac{e^2}{D}.$$

benso ist:

$$gE_0 = \frac{\xi^2}{D}; \text{ folglich:}$$

$$b_0b_1 = fE_0 - gE_0 = \frac{e^2 - \xi^2}{D}, \text{ und:}$$

$$v = \frac{\sigma}{D} \frac{e^2 - \xi^2}{\varrho + \sigma}.$$

Nun ist:

$$\mathfrak{P}_1 = 2 \int_0^e v \varrho \, d\xi$$

$$= 2 \int_0^e \frac{\varrho\sigma}{\varrho + \sigma} \frac{e^2 - \xi^2}{D} \, . \, d\xi$$

$$= \frac{4}{3} \frac{1}{\frac{1}{\varrho} + \frac{1}{\sigma}} \frac{e^3}{D}.$$

Es war:

$$e^2 = f E_0 \, . \, D,$$

oder, wenn wir setzen $f E_0 = f$:

$$e^3 = D^{\frac{3}{2}} \, . \, f^{\frac{3}{2}};$$

folglich ist:

$$\mathfrak{P}_1 = \frac{4}{3} \frac{1}{\frac{1}{\varrho} + \frac{1}{\sigma}} D^{\frac{1}{2}} f^{\frac{3}{2}};$$

folglich:

$$f = \left[\frac{3}{4}\left(\frac{1}{\varrho} + \frac{1}{\sigma}\right)\right]^{\frac{2}{3}} \frac{\mathfrak{P}_1^{\frac{2}{3}}}{D^{\frac{1}{3}}}.$$

In E findet die grösste Zusammendrückung der Schiene, folglich auch stärkste gegenseitige Pressung statt.

Es ergiebt sich EE_0 als das v, für welches $\xi = 0$ ist, also:

$$EE_0 = \frac{\sigma}{D} \cdot \frac{e^2}{\varrho + \sigma}.$$

Wenn wir die Maximalpressung mit I bezeichnen, so ist:

$$I = EE_0 \, . \, \varrho = \frac{\sigma\varrho}{\varrho + \sigma} \frac{e^2}{D}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{\varrho} + \frac{1}{\sigma}} f$$

$$= \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{1}{\varrho} + \frac{1}{\sigma}\right)^{-\frac{1}{3}} \frac{\mathfrak{P}_1^{\frac{2}{3}}}{D^{\frac{1}{3}}}.$$

lglich ist:

$$P_1 = \frac{4}{3} I^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{1}{\varrho} + \frac{1}{\sigma}} \sqrt{D}.$$

e Coefficienten ϱ und σ haben für bestimmte Materialien constante erthe, die durch Versuche festgestellt werden können.

I, d. h. die höchste zulässige Pressung des Rades gegen die Schiene, nn beim Gleiten des Rades kein Aufrauhen stattfinden soll, ist eine in durch die Praxis festzustellende Grösse, und können wir sie in dieser ıtwicklung ebenfalls als constant ansehen.

Setzen wir daher:

$$\frac{4}{3} I^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{1}{\varrho} + \frac{1}{\sigma}} = \mathfrak{A},$$

erhalten wir:

$$\mathfrak{P}_1 = \mathfrak{A} \sqrt{D}; \text{ und:}$$

$$D = \frac{\mathfrak{P}_1^{\,2}}{\mathfrak{A}^2}.$$

enn wir wieder n Triebaxen annehmen, so ist die Gesammtbelastung der riebräder:

$$\mathfrak{P} = 2(\mathfrak{P}_1 + \mathfrak{P}_2 + .. + \mathfrak{P}_n).$$

ehmen wir nun:

$$\mathfrak{P}_1 = \mathfrak{P}_2 = .. = \mathfrak{P}_n = \mathfrak{A} \sqrt{D},$$

ist die Anzahl der Triebaxen:

$$n = \frac{\mathfrak{P}}{2\mathfrak{A} \sqrt{D}}.$$

ı dieser Formel bestimmt sich $\mathfrak{P}$ aus der der zu bauenden Locomotive ıgedachten Zugkraft Z, als:

$$\mathfrak{P} = \frac{Z}{f},$$

orin f der Reibungscoefficient des Rades gegen die Schiene ist.

Ueber den Werth von D haben wir weiter oben gesprochen, und ehmen wir denselben vorläufig als bekannt an.

Was den Coefficienten $\mathfrak{A}$ betrifft, so giebt Redtenbacher als Maximum desselben:

$$\mathfrak{A} = 6, 6$$

elcher Werth aber nur für ausserordentliche Fälle anzuwenden sei.

Für gewöhnlich nehme man:

$$\mathfrak{A} = 5,$$

enn $\mathfrak{P}$ in Tonnen à 1000 Kilgr. und D in Metern ausgedrückt ist.

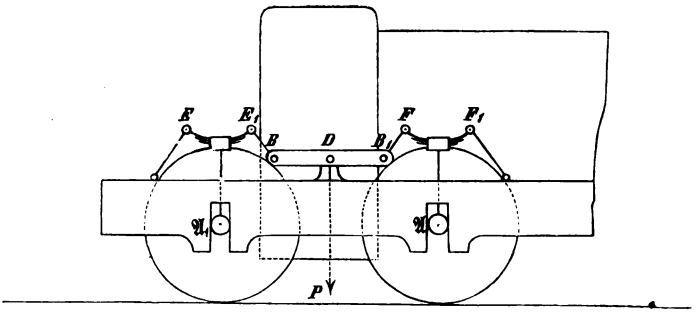
Dieses n muss jedoch eine ganze Zahl sein, und wenn sich obige Quotient nicht als solche ergiebt, so wählt man die nächst höher liegende.

Bei Güterzuglocomotiven ist nun $\mathfrak{P}$ grösser und D kleiner als bei Personenzuglocomotiven, und haben somit die ersteren mehr Triebaxen nöthig als letztere.

Es darf also, wie wir oben gesehen haben, die Belastung einer Triebaxe ein bestimmtes Maximum nicht übersteigen, welches von dem Durchmesser der dazu gehörigen Triebräder abhängt; man nutzt daher, wenn mehrere Triebaxen vorhanden, bei dem gleich grossen Durchmesser sämmtlicher Triebräder das Gewicht des Oberbaues am besten aus, wenn man die betreffenden Axen möglichst gleich belastet.

Ausserdem wird nur dadurch eine gleiche Abnutzung, also ein beständig gleicher Durchmesser aller Triebräder, somit die Möglichkeit einer für alle zugleich rein rollenden Bewegung gesichert.

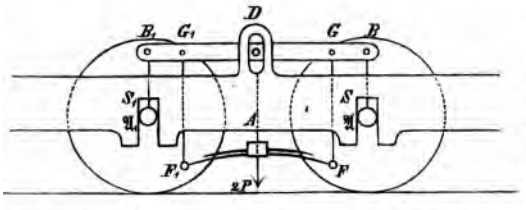
Wenn man jede Feder, wie oben pag. 11 geschildert, für sich mit dem Rahmen verbindet, so hängt die Belastung der dazu gehörigen Axe allein von dem Gewicht des gerade darüber liegenden Theiles des Oberbaues ab. Ist z. B. die eine Triebaxe $\mathfrak{A}$ vor, die andere $\mathfrak{A}_1$ hinter der Feuerbuchse, so würde $\mathfrak{A}$ bedeutend stärker belastet sein als $\mathfrak{A}_1$. Die einiger Maassen auszugleichen, bedient man sich der Anordnung, wie sie die nachstehende Figur darstellt, wo der durch das Gewicht des Ober-



baues ausgeübte Druck P sich von dem festen Drehpunkt D des Balancier BB_1 gleichmässig auf die Enden E_1 und F der beiden Federn EE_1 und FF_1 vertheilt.

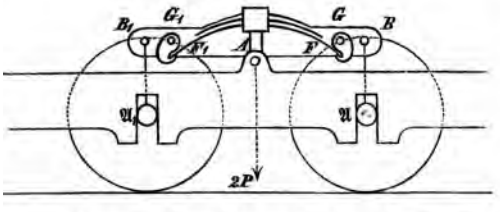
Eine vollständig gleichmässige Lastvertheilung erreicht man jedoch erst durch die in beistehender Skizze dargestellten Constructionen, wo die Angriffspunkte des Gewichtes des Oberbaues auf einen reducirt sind. Dieser ist der Punkt A, welcher in der Mittellinie des Federkastens lie-

n dort vertheilt sich die Last nach beiden Seiten der Feder FF_1 vollständig gleichmässig, und wird durch die Gelenkstangen FG und F_1G_1, den Balancier BB_1 und die Stützen BS und B_1S_1 auf jede der beiden Axen $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{A}_1$ die Last P über-



ıgen. Der Drehzapfen D des Balancier's ist in einem Schlitz vertical auf ıd nieder zu schieben, so dass die Feder FF_1 frei spielen kann.

Will man die Feder oberhalb des Rahmens anbringen, so erreicht man dies durch die nebenstehende Anordnung. Hier ist der Balancier BB_1 vollständig frei spielend,



ıd wird nur durch die vier in B, G, G_1 und B_1 angreifenden Kräfte P ı Gleichgewicht erhalten.

KAPITEL II.

Aufhebung der störenden Bewegungen.

Wir können die den gleichmässigen Fortlauf der Locomotive störenden ewegungen trennen als entstehend:

1) Durch die Bahn.
2) Durch das Wirken innerer Kräfte,

ıd untersuchen wir zuerst:

1.

Die störenden Bewegungen verursacht durch die Bahn.

Auch hier haben wir wieder zwei Unterabtheilungen zu machen:

a) die Bewegung auf gerader Strecke.
b) die Bewegung in Curven.

a) Bewegung auf gerader Strecke.

Wenn die Locomotive in ihrem Beharrungszustand auf gerader Strecke rtgeht, so können es nur Unvollkommenheiten der Bahn sein, welche von

dieser Seite her Störungen in ihre gleichmässige Fortbewegung brin
Leider sind diese auch nie ganz zu vermeiden, und besteht ihr Ein
meist in den Stössen, welche die Räder bei dem jedesmaligen Zusam
treffen zweier aufeinanderfolgenden Schienen erhalten.

Die Unebenheiten, welche hier in der Bahn entstehen, können
ihren Grund haben, dass die folgende Schiene tiefer liegt als die vor
gehende, oder umgekehrt, oder endlich, dass zwischen beiden eine Li
eingetreten ist.

Bezeichnen wir den Höhenunterschied der beiden auf einander folge
Schienen mit δ, so findet im ersten Fall ein centrischer Stoss vertical
oben gegen das Rad statt, wenn dasselbe die Höhe δ frei herabgefal
und auf die tiefer liegende Schiene getroffen ist.

Im zweiten Fall ist der Stoss ein excentrischer; bezeichnen wir
Intensität desselben mit S. Berührt nun das Rad (Tafel V. Fig. 1
erstere Schiene in B, während es soeben die obere Kante der zwei
Schiene im Punkt C trifft, so können wir, wenn wir:

$$\angle\, BAC = \eta$$

setzen, S zerlegen in die tangential wirkende Kraft:

$$S\cos\eta$$

und in die centrische Stosskraft:

$$S\sin\eta.$$

Bezeichnen wir den Durchschnitt der Richtung von S mit der Verti
AB mit E, so ist:

$$EC^2 = \delta(D-\delta),$$

oder da δ gegen D verschwindend klein ist:

$$EC = \sqrt{\delta . D}$$

$$\sin\eta = \frac{EC}{AC} = \frac{\sqrt{\delta D}}{\frac{1}{2}D} = 2\sqrt{\frac{\delta}{D}}.$$

Da nun δ gegen D verschwindend klein ist, so ist auch η von so geri
Grösse, dass man die Componente $S.\sin\eta$ als vertical nach oben wirk
ansehen kann.

Wir haben also hier neben der die Peripheriegeschwindigkeit
Rades beschleunigenden Kraft wieder eine vertical nach oben wirk
Stosskraft.

Befindet sich endlich drittens zwischen zwei auf einander folgenden hienen eine Lücke von der Länge $l = BC$ (Fig. 2), so fällt erst das id um die Pfeilhöhe des Bogens BC:

$$\frac{l^2}{4D}$$

id erfährt bei dem Aufschlagen auf die Kante C der zweiten Schiene stens einen Stoss vertical nach oben, den wir wegen der sehr kleinen rösse des Winkels BAC als centrisch ansehen können, und zweitens den rizontalen excentrischen Stoss, dessen Intensität wir mit S_1 bezeichnen llen. Diesen zerlegen wir wieder in die Tangentialkraft

$$S_1 \cos\frac{\vartheta}{2}$$

id in die centrische Stosskraft:

$$S_1 \sin\frac{\vartheta}{2};$$

elche wir hier auch als vertical nach aufwärts wirkend ansehen können.

Es bestehen somit die störenden Bewegungen auf gerader Bahn besonders darin, dass die Axen der Räder plötzlich in die Höhe gestossen erden.

Die Wirkung dieser Stösse auf den Oberbau wird durch die Verhiebbarkeit der Lagerschaalen in den Führungslinealen F und F_1 (Tafel und III) aufgehoben, und mittelst der Federn in die einer beschleunienden Kraft umgesetzt. Der Rahmen sammt dem Oberbaue wird also rch diese Stösse in eine auf und nieder wogende Bewegung versetzt. a jedoch diese verticalen Stösse nicht alle gleichzeitig auf die Axen irken, ferner im Allgemeinen die auf die beiden Räder ein und derselben xe wirkenden Stösse nicht stets von gleicher Intensität sein werden, wird der Oberbau auch Schwankungen um die durch seinen Schwerunkt gehende Quer- und Längsaxe machen. Wir bezeichnen dieselben it „Nicken“ und „Wanken“.

Die Gesetze dieser auf mathematischem Wege allgemein zu entickeln, würde wohl nie zu Resultaten führen, welche uns diese Schwanngen ganz vermeiden lehrten, da wir auch nicht in der gröbsten Annherung die Intensität des jedesmaligen Stosses angeben können.

Wir empfehlen daher nur nach den allgemeinen Gesetzen der Statik, n Schwerpunkt des Oberbau's so tief als möglich zu bringen, und die ntfernung zweier zu einer Axe gehörigen Federn möglichst gross zu achen, um die Stabilität der Locomotive gegen diese Schwankungen zu chern, und jene selbst möglichst zu schwächen.

Bekanntlich ist für eine gute elastische Feder die Schwingungsdauer wenigstens für kleinere Impulse von verschiedener Grösse constant. Im Vergleich mit der Starrheit, welche die Locomotivfedern besitzen, sind die verticalen Stösse gering, so dass wir obige Voraussetzung für jene annehmen können.

Wenn nun die Zeit, in der sich bei der gleichen Länge der Eisenbahnschienen die Stösse regelmässig wiederholen, ein Vielfaches ist von der Schwingungsdauer einer Feder, so nimmt die Amplitude der Schwingungen dieser mit der Zeit zu, indem die Stösse beim Beginn einer neuen Schwingung jedesmal als neuer Impuls wirken. Dies zu vermeiden, müsste man den Starrheitscoefficienten der Federn so bestimmen, dass für die normale Geschwindigkeit der Locomotive dieser Fall nicht eintreten kann. Da jedoch das Wanken nicht von der Amplitude der Verticalschwingungen, sondern von der Differenz derselben zweier zur nämlichen Axe gehörigen Federn abhängt, so ist, da auf diese die Stösse stets zu gleicher Zeit wirken, und sie selbst eine gleiche Starrheit besitzen, einzusehen, dass durch obigen Umstand nicht etwa das Wanken, sondern nur das Wogen und Nicken einen bedenklichen Character annehmen kann, ersteres, wenn die Schwingungen aller Federpaare, letzteres, wenn die Schwingungen nur eines oder einiger mit der Zeit wachsen.

Wir nehmen an, dass die Kraft, welche dazu nöthig ist, eine Feder um eine bestimmte Strecke zusammenzudrücken, dieser Strecke proportional sei. Wenn nun irgend ein Federpaar das Gewicht P zu tragen hat, und durch dies im Ruhezustand der Locomotive um s^{met} zusammengedrückt wird, so nennen wir:

$$f_n = \frac{P}{2s}$$

den Starrheitscoefficienten der betreffenden Federn. Ist eine derselben in einem Zeitmoment der Bewegung gegen ihren Ruhezustand um ζ mehr zusammengedrückt resp. gehoben, so ist die dazu nöthige Kraft:

$$f_n \zeta = \zeta \cdot \frac{P}{2s}.$$

Ferner ist, da:

$$M = \frac{P}{2g}$$

die Masse des auf der Feder ruhenden Gewichtes ist,

$$\frac{d^2\zeta}{dt^2} \cdot \frac{P}{2g}$$

die die Schwingungen beschleunigende Kraft. Es ist daher nach dem d'Alembert'schen Princip:

$$\frac{d^2\zeta}{dt^2} \cdot \frac{P}{2g} + \zeta \frac{P}{2s} = 0, \text{ oder:}$$

$$\frac{d^2\zeta}{dt^2} + \zeta \frac{g}{s} = 0;$$

da für $t = 0$, $\zeta = 0$

und $\frac{d\zeta}{dt} = I =$ der Intensität des Stosses, so ist:

$$\zeta = I \sqrt{\frac{s}{g}} \sin t \sqrt{\frac{g}{s}}.$$

Daraus ersehen wir, dass die Schwingungsdauer einer Feder

$$= 2\pi \sqrt{\frac{s}{g}}.$$

Wenn die Länge einer Eisenbahnschiene gleich S^{met}, und die normale Fahrgeschwindigkeit der Locomotive gleich V_0^{met} pro Secunde ist, so ist die Zeit, in welcher sich jedes Mal die verticalen Stösse wiederholen $= \frac{S}{V_0}$.

Um nun mit Sicherheit zu vermeiden, dass $\frac{S}{V_0}$ ein Vielfaches von $2\pi \sqrt{\frac{s}{g}}$, suchen wir die Verhältnisse so einzurichten, dass $\frac{S}{V_0} < 2\pi \sqrt{\frac{s}{g}}$, oder dass:

$$s > \left(\frac{S}{2\pi V_0}\right)^2 g.$$

Setzen wir z. B.

$$S = 8^{met}$$

und als die geringste normale Fahrgeschwindigkeit der Locomotive

$$V_0 = 4,$$

so würde, wenn man angenähert setzt:

$$g = \pi^2:$$

$$s > 1^{met}$$

sein müssen. Dies ist natürlich ein Unding, und muss man sich, da s in

der Praxis zwischen $0{,}03^{m}$ bis $0{,}05^{m}$ schwankt, bei derartigen Verhältnissen damit begnügen, die Construction so einzurichten, dass:

$$\frac{S}{V_0 . 2\pi} \sqrt{\frac{g}{s}}$$

keine ganze Zahl ist.

Setzen wir dagegen

$$S = 6^{met}$$

und als normale Fahrgeschwindigkeit der Locomotive

$$V_0 = 18^{met},$$

so würde obige Bedingung lauten:

$$s > \frac{1^{met}}{36} .$$

Dies liegt zwar noch in den Grenzen zwischen 0,05 und 0,03, jedoch würde, wenn man:

$$s = 0{,}03^{m} \backsim \frac{1^{met}}{33}$$

wählt, einer nur etwas geringeren Geschwindigkeit als 18^{met} gerade der gefährliche Fall entsprechen, dass

$$s = \left(\frac{S}{2 . V\pi}\right)^{2} . g .$$

Es ergiebt sich also aus dieser Betrachtung keine Regel, nach der man s bestimmen kann, sondern nur im Allgemeinen eine Warnung:

$$\frac{S}{V_0 . 2\pi} \sqrt{\frac{g}{s}}$$

gleich einer ganzen Zahl werden zu lassen.

Da in Folge der verticalen Stösse die Lagerschaalen zwischen den Führungslinealen auf- und niedergleiten, so ist eine Abnutzung derselben wohl erklärlich.

Man hat daher, wie die Figur Tafel II zeigt, eine Vorrichtung, um eins der Führungslineale, F_1, nachstellen zu können.

Die Mutter $\mathfrak{M}_1$ dient als Gegenmutter, während durch das Anziehen von $\mathfrak{M}$ das Führungslineal F_1 in die Höhe geschraubt und somit durch die aufeinander gleitenden schiefen Ebenen nach links verschoben wird.

Der Steg SS_1 besteht aus 2 Theilen, welche beide die Mutter $\mathfrak{M}$ und die beiden Axengabeln R und R_1 des Rahmens umschliessen, und selbst durch vier Schraubenbolzen an diese befestigt sind.

TRANSPORTATION

Zur Sicherung gegen Entgleisung sind die Räder mit sogenannten Spurkränzen versehen, und hat die äussere Bandage der Räder das Profil, wie es die Fig. 3 Tafel V andeutet.

Damit jedoch durch Schleifen der Spurkränze gegen die Schienen erstens kein schädlicher Widerstand entsteht, zweitens Spurkränze wie Schienen nicht einer gefährlichen Abnutzung ausgesetzt sind, so hat man zwischen beiden einen Spielraum gelassen, und macht die äussere Peripherie des Rades konisch.

Die Conicität jedoch der Räder wird besonders bestimmt durch:

b) Die Bewegung in Curven.

Wenn ein sich auf einer Schienenbahn bewegendes Räderpaar an eine Stelle kommt, an welcher die gerade Bahn in eine Krümmung übergeht (Tafel V Fig. 4), so wird es, wenn die Radperipherie abgesehen vom Spurkranz cylindrisch ist, so lange noch gerade aus laufen, bis der Spurkranz des äusseren Rades gegen die äussere Schiene schlägt, und würde dieser es überhaupt sein, welcher durch sein Anschleifen gegen jene Schiene dem Räderpaar seine zwangläufige Bewegung in jener Curve ertheilt. Es ist klar, dass bei einer derartigen Bewegung in Curven nicht unbedeutende Störungen in der dem ganzen Bau zu ertheilenden Translation parallel der Mittellinie der Bahn auftreten müssen, und es war wohl, dies zu vermeiden, der Hauptgrund, die Räder konisch zu machen.

Betrachten wir nun ein mit einer Axe fest verbundenes konisches Räderpaar, und sei der Radius eines Rades die Verbindungslinie seines Berührungspunktes auf der Schiene mit seinem Mittelpunkt, so werden sich auf gerader Bahn die Räder immer so stellen, dass ihre Radien gleich sind.

Kommt jedoch das Räderpaar an eine Krümmung, und ist die Conicität derartig, dass die Scheitel der betreffenden Kegel nach aussen hin liegen, so ersehen wir aus Fig. 4, dass durch die fortgesetzte geradlinige Bewegung das äussere Rad auf die äussere Schiene aufläuft, während das innere Rad von der inneren Schiene abläuft, wodurch das erstere seinen Radius vergrössert, das letztere denselben verkleinert. Wir erhalten somit ein Räderpaar mit ungleich grossen Radien der Räder, R und r (Fig. 5). Die freie Bewegung eines solchen ist nun nicht mehr geradlinig sondern kreisförmig, und zwar ist der Mittelpunkt O der Kreisbahn beider Räder der Scheitel des abgestumpften geraden Kegels, dessen Basen die Kreisflächen der beiden Räder sind. Soll daher das Räderpaar die vorgeschriebene Curve der Bahn freiwillig beschreiben, so muss Punkt O mit

dem Krümmungsmittelpunkt derselben zusammenfallen. Ist also der Krümmungsradius der Bahn $\mathfrak{R}$, und die Bahnspur in der Krümmung gleich $2e$, so muss

$$\frac{r}{R} = \frac{\mathfrak{R} - e}{\mathfrak{R} + e} \text{ sein.}$$

Bezeichnen wir den gemeinschaftlichen Radius der beiden Räder, wenn sie auf gerader Bahn laufen, mit ϱ, den Spielraum zwischen Spurkranz und Schiene mit σ, und mit α den Winkel, den eine Seite des Radkegels mit der Axe bildet, so ersehen wir aus Figur 6, dass:

$$r = \varrho - \sigma \, tag \, \alpha;$$

$$R = \varrho + \sigma \, tag \, \alpha.$$

Soll also das Räderpaar ungezwungen die Bahncurve beschreiben, so muss

$$\frac{\varrho - \sigma \, tag \, \alpha}{\varrho + \sigma \, tag \, \alpha} = \frac{\mathfrak{R} - e}{\mathfrak{R} + e} \text{ oder:}$$

$$tag \, \alpha = \frac{e \varrho}{\sigma \mathfrak{R}} \text{ sein.}$$

Sollen nun zwei oder mehrere Räderpaare, deren Axen durch einen Rahmen verbunden sind, eine Curve beschreiben, so müssten, wenn das ganze System die Bewegung freiwillig machen sollte, die einzelnen Axen so verstellbar sein, dass sich ihrer aller Richtungen im Krümmungsmittelpunkt der Bahn schneiden.

Im Allgemeinen ist diese Bedingung bei den Locomotiven nicht erfüllt, sondern die Verbindung der Axen mittelst des Rahmens ist eine starre. Es wird daher die Bewegung einer derartigen Locomotive eine zwangläufige sein, d. h. sie wird durch die Widerstände, welche ihr die Schienen entgegen setzen, gezwungen, die vorgeschriebene Bahn zu gehen.

Diese Zwangläufigkeit wird in desto höherem Maasse eintreten, je weiter der Radstand, je mehr also die Axen von der Richtung nach dem Krümmungsmittelpunkt der Bahn hin abweichen. Da jedoch in jeder andern Beziehung, wie wir auch nachher sehen werden, ein weiter Radstand vortheilhaft ist, so wäre es nicht rathsam der Curven wegen denselben im Allgemeinen klein zu machen.

Einige Constructionen, z. B. die Tenderlocomotive von Gooch (Tafel Fig. 8) haben diesen Störungen in der gleichförmigen Bewegung dadurch Rechnung getragen, dass sie vorn anstatt der Laufräder einen vierrädrigen kleinen Wagen anbrachten, auf den sich der Oberbau mittelst eines Kugelzapfens stützt.

TRANSPORTATION

Es bewegt sich also dieser Wagen unabhängig von den hinteren Räderpaaren, und wird so bei dem sehr geringen Radstand jenes die Zwangläufigkeit bedeutend vermindert.

Eine noch günstigere Anordnung ist die von Hartmann in Chemnitz ausgeführte, bei der durch die Drehbarkeit der vorderen Axe um einen verticalen Zapfen für eine Locomotive mit zwei Axen eine vollständig ungezwungene Bewegung in Curven erreicht ist.

Das Ersetzen des vorderen Räderpaares durch bewegliche vierrädrige Laufwerke, oder die Drehbarkeit desselben um einen verticalen Zapfen, ist natürlich nur dann anwendbar, wenn die Räder desselben als Laufräder und nicht als Triebräder dienen sollen.

Für schwere Güterzuglocomotiven, bei denen alle vorhandenen Axen zu Triebaxen verwandt werden müssen, ist es daher nicht möglich die Zwangläufigkeit ihrer Bewegung in Curven durch derartige Constructionen aufzuheben, und will man nicht zu den complicirtesten Anordnungen seine Zuflucht nehmen, so betrachtet man wohl bei diesen jene Störungen in ihrer gleichförmigen Bewegung als ein unvermeidliches Uebel.

2.

Die störenden Bewegungen durch das Wirken innerer Kräfte.

Wir theilen die störenden Bewegungen durch das Wirken innerer Kräfte ein in:

a) Schwingungen des ganzen Baues der Locomotive inclus. Räder und Axen;

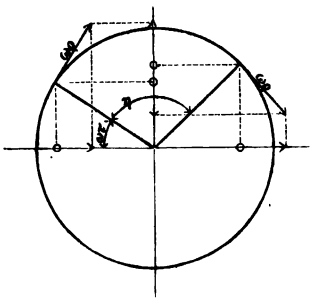
b) Schwingungen, welche der in den Federn hängende Bau für sich allein macht,

und wenden uns zuerst zu der Betrachtung der:

a) Schwingungen des ganzen Baues.

Wie wir oben gesehen haben, sind der Widerstand des Trains und die Reaction durch den Reibungswiderstand die beiden einzigen äusseren Kräfte, welche an dem System der Locomotive wirken. Um jedoch letztere Reaction hervorzurufen, sind innere Kräfte erforderlich. Wenden wir auf diese den d'Alembert'schen Satz an, dass die Summe sämmtlicher inneren Kräfte gleich Null ist, so ersehen wir, dass den Kräften, welche die an dem System der Locomotive sich bewegenden Theile beschleunigen resp. verzögern, Reactionskräfte entsprechen müssen, welche jenen gleich und entgegengesetzt sind.

Die bewegten Theile sind: Die um ihre Axe rotirenden Kurbeln, d Pleulstangen, Kupplungsstangen, und endlich der Kolben mit Kolbenstan und Kreuzkopf, wenn wir die Constructionstheile der Steurung wegen ihr nur geringen Bewegung vernachlässigen.



Wir wollen nun diejenigen von d Reactionskräften bestimmen, welche den B der Locomotive in Schwankungen versetz können.

Denken wir uns die Masse m ein Kurbel in ihrem Schwerpunkt vereini dessen Entfernung ϱ von dem Mittelpun der Axe, und lassen m mit der Winke geschwindigkeit ω um diese rotiren, können wir uns diese Rotation zerlegt de ken in eine horizontale und verticale Oscillation und zwar ist in dem Zei moment t die Geschwindigkeit der ersteren:

$$v_h = \omega\varrho \sin \omega t,$$

die der zweiten

$$v_v = \omega\varrho \cos \omega t;$$

folglich sind die entsprechenden beschleunigenden Kräfte:

$$m\varphi_h = m \frac{dv_h}{dt} = + m\omega^2\varrho \cos \omega t$$

$$m\varphi_v = m \frac{dv_v}{dt} = - m\omega^2\varrho \sin \omega t.$$

Nach dem d'Alembert'schen Princip müssen zwei diesen gleiche u entgegengesetzte Reactionen auftreten:

$$- m\omega^2\varrho \cos \omega t \quad \text{und}$$

$$+ m\omega^2\varrho \sin \omega t.$$

Die zweite von beiden wirkt in verticaler Richtung, wird also, da d Kurbeln fest mit den Axen verbunden sind, nur den Druck der Triebräd gegen die Schienen vermehren resp. vermindern, da das Gewicht d letzteren gegen m so bedeutend ist, dass ein Aufspringen der Räder v den Schienen in Folge dieser Reaction nicht möglich ist. Durch die Kra

$$- m\omega^2\varrho \cos \omega t$$

dagegen wird die betreffende Axe, an der die Kurbel befestigt ist, ho zontal vorwärts resp. rückwärts getrieben, und da die Kraft selbst periodis veränderlich ist, in periodische Schwankungen versetzt.

Bezeichnen wir nun mit m_0 die Masse der Triebkurbel reducirt, auf den Radius r, so dass:

$$m\varrho = m_0 r,$$

so erhalten wir jene horizontal wirkende Reactionskraft:

$$-m_0 r\omega^2 \cos\omega t.$$

Schliesst die Mittellinie einer Kupplungskurbel, deren Masse auf den Radius r reducirt gleich $m_0{}^1$ ist, mit der Mittellinie der Triebkurbel den Winkel η ein, so ist, wie wir aus der Figur ersehen können, die horizontal beschleunigende Kraft dieser Kurbel im Zeitmoment t:

$$m_0{}' r\omega^2 \cos(\omega t + \eta);$$

folglich die entsprechende Reactionskraft:

$$-m_0{}' r\omega^2 \cos(\omega t + \eta).$$

Ebenso können wir die Bewegung der einzelnen Punkte einer Kupplungsstange, welche alle einen Kreis vom Kurbelradius r mit der Winkelgeschwindigkeit ω beschreiben, zerlegt denken in eine horizontale und eine verticale Oscillation, deren beschleunigende Kraft im Zeitmoment t:

$$+dm_1\,\omega^2 r\cos(\omega t + \eta) \quad \text{und}$$
$$-dm_1\,\omega^2 r\sin(\omega t + \eta);$$

wenn dm_1 die Masse des betreffenden Punktes ist.

Danach können wir diese Kräfte für die ganze Kupplungsstange, wenn ihre Masse gleich m_1 ist, gleich setzen:

$$+m_1\,\omega^2 r\cos(\omega t + \eta) \quad \text{und}$$
$$-m_1\,\omega^2 r\sin(\omega t + \eta);$$

folglich die entsprechenden Reactionskräfte:

$$-m_1\,\omega^2 r\cos(\omega t + \eta),$$
$$+m_1\,\omega^2 r\sin(\omega t + \eta).$$

Die zweite vermehrt resp. vermindert wie bei der Kurbel nur den Druck der Triebräder gegen die Schienen, während die erstere Kraft die Axen nebst Rädern in horizontale Schwankungen versetzt.

Wollten wir genau verfahren, so müssten wir auch für die Pleulstange die vertical beschleunigende Kraft eines jeden Punktes bestimmen, um denjenigen Theil dieser Reaction zu erhalten, der am Kreuzkopf angreifend, den Oberbau der Locomotive in verticale Schwankungen versetzt. Da jedoch dieser wegen der nur geringen verticalen Bewegung der Pleulstange in der Nähe des Kreuzkopfes sehr klein ist, so vernachlässigen wir ihn,

und bestimmen nur den andern Theil der die Pleulstange beschleunigenden Kraft, welche Räder und Axen in horizontale Schwankungen versetzt.

Wenn wir die Gesammtmasse der Pleulstange, des Kreuzkopfes und des Kolbens mit Kolbenstange mit m_2 bezeichnen, so ist die die Bewegung aller dieser Massen beschleunigende Kraft im Zeitmoment t:

$$m_2 r\omega^2 \cos\omega t;$$

folglich die entsprechende Reactionskraft:

$$-m_2 r\omega^2 \cos\omega t.$$

Handelt es sich also um die Bestimmung der Reactionskraft, welche durch die bewegten Theile der rechten Maschine entsteht, und bezeichnen wir die Anzahl der Triebaxen mit n, so erhalten wir, wenn die Locomotive innen liegende Cylinder hat, so dass die erste Triebaxe sowohl eine Triebals Kupplungskurbel trägt, jene Kraft gleich der Summe:

$$-\omega^2 r \left\{ m_0 \cos\omega t + nm_0' \cos(\omega t + \eta) + (n-1) m_1 \cos(\omega t + \eta) + m_2 \cos\omega t \right\};$$

oder, da für diesen Fall:

$$\eta = 180_0,$$

also:

$$\cos(\omega t + 180^0) = -\cos\omega t,$$

jene Kraft gleich:

$$K_r = -\omega^2 r \left\{ m_0 + m_2 - m_0' - (n-1)(m_0' + m_1) \right\} \cos\omega t.$$

Liegen dagegen die Cylinder aussen, so dass die Triebkurbel zugleich a Kupplungskurbel dient, so ist, da dadurch auch

$$\eta = 0,$$

diese Summe gleich:

$$K_r = -\omega^2 r \left\{ m_0 + m_2 + (n-1)(m_0' + m_1) \right\} \cos\omega t.$$

Schliesst die Mittellinie der Triebkurbel der linken Maschine m der der rechten den Winkel φ ein, so ist die Summe der Reactionskräf in Folge der bewegten Theile jener Maschine, entsprechend Obigem:

$$K_l = -\omega^2 r \left\{ m_0 + m_2 + (n-1)(m_0' + m_1) \right\} \cos(\omega t + \varphi)$$

resp.

$$K_l = -\omega^2 r \left\{ m_0 + m_2 - m_0' - (n-1)(m_0' + m_1) \right\} \cos(\omega t + \varphi$$

je nachdem die Cylinder aussen oder innen liegen.

Nun ist entweder:

$$\varphi = 90^0 \text{ oder}$$

$$\varphi = 270^0.$$

ür $\varphi = 90^0$ ist:

$$\cos(\omega t + \varphi) = -\sin\omega t;$$

nd für $\varphi = 270^0$ ist:

$$\cos(\omega t + \varphi) = +\sin\omega t.$$

Wenn wir daher setzen:

$$K_r + K_l = K,$$

ı ist für aussen liegende Cylinder:

$$K_a = -\omega^2 r \left\{ m_0 + m_2 + (n-1)(m_0' + m_1) \right\} (\cos\omega t + \sin\omega t),$$

ır innen liegende Cylinder:

$$K_i = -\omega^2 r \left\{ m_0 + m_2 - m_0' - (n-1)(m_0' + m_1) \right\} (\cos\omega t + \sin\omega t);$$

obei die oberen Vorzeichen gelten für $\varphi = 90^0$ (Tafel VI. Fig. 1), die ıteren für $\varphi = 270^0$ (Fig. 2).

Wir wollen kurzweg setzen:

$$K = -\omega^2 r\, \mathfrak{A}(\cos\omega t \mp \sin\omega t)$$

ɔrin $\mathfrak{A}$ eine aus Theilen der Construction sich ergebende Constante be-ɔutet, welche für jeden bestimmten Fall sich aus den Festigkeitsverhält-ssen ergiebt.

Da nun die Grösse der Kraft K nach t veränderlich ist, so wird sie ɔn ganzen Bau der Locomotive in periodische Schwankungen parallel der ıhrgeschwindigkeit versetzen, und man nennt dieses Vor- und Nacheilen r Locomotive „das Zucken."

Der Angriffspunkt von K fällt nicht in den Schwerpunkt des ganzen ıues, so dass das Moment dieser nach t variablen Kraft eine um die ver-ɜale Schwerpunktsaxe schwingende periodische Bewegung hervorruft. ese bezeichnen wir mit „Schlingern".

Das Moment der Resultante K ist gleich der Summe der Momente ɛer Componenten. Nehmen wir an, dass der Schwerpunkt in der Mittel-ene der ganzen Locomotive liegt, und bezeichnen mit:

$2e$ den Abstand der beiden Cylindermittellinien von einander, und mit:

$2a$ den Abstand der verticalen Mittelebenen der Kupplungsstangen der rechten und linken Maschine von einander, so erhalten wir jenes Moment:

für aussen liegende Cylinder:

$$M_a = -\omega^2 r \left\{ e(m_0 + m_2) + (n-1)\, a\, (m_0' + m_1) \right\} (\cos\omega t \pm \sin\omega$$

für innen liegende Cylinder:

$$M_i = -\omega^2 r \left\{ e(m_0 + m_2) - [(n-1)\,(m_0' + m_1) + m_0']\, a \cdot \right\}$$
$$(\cos\omega t \pm \sin\omega t).$$

Wir setzen wieder:

$$M = -\omega^2 r \mathfrak{B} (\cos\omega t \pm \sin\omega t).$$

Es wäre ein Leichtes die Gesetze dieser beiden störenden Bew gungen mathematisch zu entwickeln, indem wir für den ersten Fall:

$$K = \mathfrak{M} \cdot \frac{d^2 s}{dt^2},$$

für den zweiten

$$I \frac{d^2\varphi}{dt^2} = M$$

setzen, und zwei Mal integriren, worin $\mathfrak{M}$ die Masse des ganzen Ba der Locomotive,

I das Trägheitsmoment desselben in Bezug auf die Verticalaxe,

s der in Folge des Zuckens beschriebene Weg,

φ der in Folge des Schlingerns beschriebene Ausschlagwinkel ist.

Da jedoch unsere Aufgabe ist, Mittel anzugeben, wodurch diese stören Bewegungen zu vermeiden sind, so schreiten wir direct dazu, K und ohne ihre Wirkungen näher zu discutiren, für jedes t gleich Null machen. Dies geschieht durch die sogenannten mitrotirenden Massen.

Wenn wir an das rechte Rad einer Axe die Masse E so anbrin dass ihr Schwerpunkt in der Entfernung r_1 von der Axe liegt, und Verbindungslinie desselben mit dem Mittelpunkt des Rades gegen Triebkurbel der rechten Maschine um den Winkel α_1 geneigt ist können wir die Rotation dieser Masse mit der Winkelgeschwindigke wieder zerlegen in eine horizontale und verticale Oscillation.

Die beschleunigende Kraft der Horizontaloscillation ist in dem moment t, entsprechend Obigem:

$$+ \omega^2 r_1 E \cos(\omega t + \alpha_1).$$

Bringen wir auch an das linke Rad derselben Axe dieselbe Mas der Entfernung r_1 von der Axe so an, dass die Verbindungslinie Schwerpunktes mit dem Mittelpunkt des Rades gegen die Mittellinie

TRANSPORTATION

iebkurbel der linken Maschine um den Winkel α_2 geneigt ist, so ist
horizontal beschleunigende Kraft, wenn diese Masse mit der Winkel-
schwindigkeit ω um ihre Axe rotirt:

$$\mp \omega^2 r_1 E \sin(\omega t + \alpha_2)$$

nachdem die Triebkurbeln der beiden Maschinen einen Winkel von 90^0
er 270^0 mit einander bilden.

Wir erhalten somit für diese mitschwingenden Massen E die hori-
ıtale Reaction:

$$K_m = -\omega^2 r_1 E \left\{ \cos(\omega t + \alpha_1) \mp \sin(\omega t + \alpha_2) \right\};$$

d das durch diese erzeugte Moment:

$$M_m = -\omega^2 r_1 Ea \left\{ \cos(\omega t + \alpha_1) \pm \sin(\omega t + \alpha_2) \right\}.$$

ın ist:

$$\cos(\omega t + \alpha_1) \mp \sin(\omega t + \alpha_2) = \cos\omega t(\cos\alpha_1 \mp \sin\alpha_2) \mp \sin\omega t(\cos\alpha_2 \pm \sin\alpha_1);$$

$$\cos(\omega t + \alpha_1) \pm \sin(\omega t + \alpha_2) = \cos\omega t(\cos\alpha_1 \pm \sin\alpha_2) \pm \sin\omega t(\cos\alpha_2 \mp \sin\alpha_1).$$

e resultirende Reactionskraft der sich bewegenden Theile sammt der
trotirenden Masse ist daher:

$$= -\omega^2 \left[\left\{ \mathfrak{A}r + Er_1(\cos\alpha_1 \mp \sin\alpha_2) \right\} \cos\omega t \mp \left\{ \mathfrak{A}r + Er_1(\cos\alpha_2 \pm \sin\alpha_1) \right\} \sin\omega t \right]$$

l das sich daraus ergebende Moment:

$$= -\omega^2 \left[\left\{ \mathfrak{B}r + Er_1 a(\cos\alpha_1 \pm \sin\alpha_2) \right\} \cos\omega t \pm \left\{ \mathfrak{B}r + Er_1 a(\cos\alpha_2 \mp \sin\alpha_1) \right\} \sin\omega t \right].$$

mit nun $\mathfrak{K}$ und $\mathfrak{M}$ für jedes t gleich Null sind, müssen die 4 Glei-
ngen erfüllt sein:

1) $\mathfrak{A}r + Er_1(\cos\alpha_1 \mp \sin\alpha_2) = 0$
2) $\mathfrak{A}r + Er_1(\cos\alpha_2 \pm \sin\alpha_1) = 0$
3) $\mathfrak{B}r + Er_1 a(\cos\alpha_1 \pm \sin\alpha_2) = 0$
4) $\mathfrak{B}r + Er_1 a(\cos\alpha_2 \mp \sin\alpha_1) = 0.$

Nun ist:

$$1)-2):\ \cos\alpha_1 - \cos\alpha_2 \mp \sin\alpha_2 \mp \sin\alpha_1 = 0$$
$$3)-4):\ \cos\alpha_1 - \cos\alpha_2 \pm \sin\alpha_2 \pm \sin\alpha_1 = 0.$$

Folglich: $\cos\alpha_1 = \cos\alpha_2$ und:

$$\sin\alpha_1 = -\sin\alpha_2.$$

Daraus ergiebt sich:

(I) . . . . . $\alpha_1 = 360^0 - \alpha_2$.

Es lautet also jetzt die Gleichung

$$\left.\begin{array}{l} 1):\ \mathfrak{A}r + Er_1(\cos\alpha_1 \pm \sin\alpha_1) = 0 \\ 3):\ \mathfrak{B}r + Er_1 a(\cos\alpha_1 \mp \sin\alpha_1) = 0 \end{array}\right| a$$

$$\mathfrak{A}ra + \mathfrak{B}r + 2r_1 Ea\cos\alpha_1 = 0;\ \text{somit:}$$

(IIa) . . . . . $\cos\alpha_1 = -\dfrac{\mathfrak{A}ra + \mathfrak{B}r}{2Er_1 a}$.

Ferner:

$$\mathfrak{A}ra - \mathfrak{B}r \pm 2Er_1 a\sin\alpha_1 = 0;\ \text{folglich:}$$

(IIb) . . . . . $\sin\alpha_1 = \mp\dfrac{\mathfrak{A}ra - \mathfrak{B}r}{2Er_1 a}$.

Endlich ist, da:

$$\sin^2\alpha_1 + \cos^2\alpha_1 = 1:$$
$$(\mathfrak{A}ra + \mathfrak{B}r)^2 + (\mathfrak{A}ra - \mathfrak{B}r)^2 = 4E^2 r_1{}^2 a^2,$$

folglich:

$$Er_1 = \sqrt{\frac{\mathfrak{A}^2 r^2 a^2 + \mathfrak{B}^2 r^2}{2a^2}},\ \text{oder:}$$

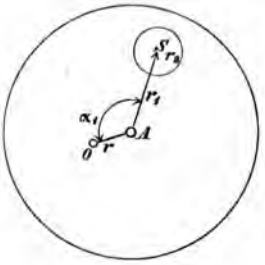
(III) . . . . . $Er_1 = \dfrac{r}{2a}\sqrt{2(\mathfrak{A}^2 a^2 + \mathfrak{B}^2)}$.

Haben wir daher für eine bestimmte Locomotive die mitrotirenden Ma zu berechnen, so bestimmen wir zuerst $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ für dieselbe, und da aus Gleichung III: Er_1; wir nehmen sodann ein passendes r_1 an, erhalten:

$$E = \frac{Er_1}{r_1}.$$

Damit ergiebt sich dann auch aus Gleichung II und I α_1 und α_2; haben somit auch die Richtung von r_1 sowohl für das rechte als l Rad der betreffenden Axe.

Es kann keinen Einfluss auf die Wirkung der mitrotirenden Ma haben, wenn wir sie auf mehrere Paar Triebräder, sei es gleichmässig es willkürlich vertheilen, wenn nur die zu einer Axe gehörigen R



mit gleichen Massen versehen sind, und die Verbindungslinien der Schwerpunkte jedes einzelnen Theiles von E mit dem Mittelpunkte seines Rades gegen die Mittellinien seiner entsprechenden Triebkurbeln rechts um den Winkel α_1, links um α_2 geneigt sind.

Angenommen wir hätten n Triebaxen, und wollten alle Triebräder mit einer gleichen mitrotirenden Masse versehen, so käme auf

edes der Theil:

$$\frac{E}{n}.$$

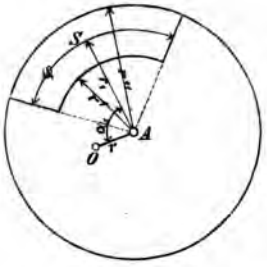
Venn nun AO die Richtung der Triebkurbel der rechten Maschine, so st S der Schwerpunkt der an das Rad anzubringenden Masse $\frac{E}{n}$.

Wollen wir derselben die Gestalt eines vollen Cylinders von der löhe h und dem Radius r_2 geben, und es ist das specifische Gewicht der etreffenden Masse gleich γ, so ist:

$$\frac{E}{n} = \frac{r_2{}^2 \pi h \gamma}{g};$$

enn wir hier h annehmen, so erhalten wir:

$$r_2 = \sqrt{\frac{Eg}{n\pi\gamma h}}.$$



Diese Gestalt der mitrotirenden Masse ist jedoch nicht die gebräuchliche; am bequemsten und vortheilhaftesten verbindet man die Balancierungsmassen mit den Triebrädern, indem man denselben die Form kreisförmiger Ringstücke giebt, und diese an den entsprechenden Stellen zwischen den Radarmen und dem Radkranz einfügt.

Der Schwerpunkt S der Masse $\frac{E}{n}$ wird wieder wie oben bestimmt.

Bezeichnen wir mit r' den inneren, mit r'' den äusseren Radius und it h die Dicke des ringförmigen Stückes, ferner mit φ das Bogenmaass es Centriwinkels des Sectors, in welchem das Ringstück liegt, so ist:

$$\frac{E}{n} = \frac{\gamma}{g} h (r''^2 - r'^2) \frac{\varphi}{2}.$$

Wir nehmen γ und φ an; r'' ergibt sich aus dem Durchmesser d Triebrades und der Dicke der Bandage.

Ferner nimmt man r' an, und bestimmt, da S der Schwerpunkt de ringförmigen Stückes sein soll, r_1 aus der Gleichung:

$$r_1 = \frac{4}{3} \frac{\sin \frac{\varphi}{2}}{\varphi} \frac{r''^3 - r'^3}{r''^2 - r'^2};$$

und erhält daraus $\cos \alpha_1$; ferner:

$$h = \frac{\frac{E}{n} \cdot g}{\gamma (r''^2 - r'^2) \frac{\varphi}{2}}.$$

Wir sehen somit, dass die dem ganzen Bau zukommenden Schwa kungen, wenn man im Stande ist, die Grössen $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ genau zu b rechnen, durch mitrotirende Massen aufgehoben werden können.

Anders verhält es sich mit den:

b) Schwankungen des auf den Federn ruhenden Baues.

Wenn ein starres System durch irgend welche Kräfte in die a gemeinste Art der Bewegung gesetzt wird, so kann man dieselbe stets z legen in Translationen parallel drei gegebenen Axen und in drei Rotatio um eben dieselben.

Wir denken uns die Locomotive in Ruhe, und ein rechtwinkli Coordinatensystem mit dem Schwerpunkt O des auf den Federn ruhen Baues als Ursprung so gelegt, dass die XYebene parallel der Ebene des leises und die Xaxe parallel der Mittellinie des Geleises ist, so können

die Xaxe als Längsaxe,
die Yaxe als Queraxe,
die Zaxe als Verticalaxe

bezeichnen.

Ferner sei der positive Sinn der Xaxe von dem Schwerpunkt n hinten, der der Yaxe vom Schwerpunkt nach links, der der Zaxe Schwerpunkt nach oben gerichtet.

Lassen wir nun die Locomotive sich in Bewegung setzen, und wa den Beharrungszustand ab, so nehmen wir an, das obige Axensystem schiebe sich so, dass es eine gegen die durch keine irgendwie störe Einflüsse modificirte gleichförmige Bewegung der Locomotive relativ f

TRANSPORTATION

age hat. Demgemäss zerlegen wir die relative Bewegung des auf den edern ruhenden Baues in Bezug auf jene Axen in:

1) eine geradlinige Hin- und Herbewegung parallel der Xaxe (Zucken)
2) eine geradlinige Hin- und Herbewegung parallel der Yaxe
3) eine geradlinige Hin- und Herbewegung parallel der Zaxe (Wogen)
4) Rotation um die Xaxe (Wanken)
5) Rotation um die Yaxe (Nicken)
6) Rotation um die Zaxe (Schlingern).

Dieser Zerlegung der Bewegung entsprechend kann man auch stets ie an dem System wirkenden Kräfte zerlegen in 3 Componenten parallel en 3 gegebenen Axen, und ihre Momente in 3 resultirende Momente ı Bezug auf jede dieser Axen.

Hat man dies ausgeführt, so ergeben die Gesetze der Mechanik folende Beziehungen:

Es ist die Componente der wirkenden Kräfte nach jeder Axenrichtung, ividirt durch die Masse des bewegten Körpers gleich der entsprechenden omponente der Beschleunigung derselben.

Die Beschleunigungscomponenten drücken sich jedesmal aus durch:

$$\frac{d^2x}{dt^2};\quad \frac{d^2y}{dt^2};\quad \frac{d^2z}{dt^2}.$$

ezeichnen wir die Componenten der wirkenden Kräfte in Bezug auf jede er drei Axen mit:

$$\Sigma X;\quad \Sigma Y;\quad \text{und}\quad \Sigma Z;$$

nd die Masse des bewegten Körpers mit M, so ist:

$$) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \begin{cases} \text{a)}\ M\dfrac{d^2x}{dt^2} = \Sigma X \\ \text{b)}\ M\dfrac{d^2y}{dt^2} = \Sigma Y \\ \text{c)}\ M\dfrac{d^2z}{dt^2} = \Sigma Z. \end{cases}$$

Was ferner die Momente betrifft, so ist, wenn man bezeichnet mit:

A, B, C die Trägheitsmomente

x_1, y_1, z_1 die Componenten der Winkelgeschwindigkeit des Körpers,

X_1, Y_1, Z_1 die resultirenden Momente der wirkenden Kräfte in Bezug auf die X, Y und Zaxe, und wenn man bedenkt, dass in unserem Fall ne Axen, wenn auch nicht ganz genau, so doch sehr angenähert mit den auptaxen der Trägheitsmomente für den Punkt O zusammenfallen:

Setzen wir nun voraus, dass:

$$f_1 = f_1'; \; f_2 = f_2'; \; \ldots\ldots; \; f_n = f_n', \text{ und}$$
$$\zeta_1 = \zeta_1'; \; \zeta_2 = \zeta_2'; \; \ldots\ldots; \; \zeta_n = \zeta_n';$$

dass also die zu einer Axe gehörigen Federn gleich starr, und im R zustand um gleich viel zusammen gedrückt sind, so lauten obige Gleichun

$$(1) \ldots\ldots \begin{cases} G = 2(f_1\zeta_1 + f_2\zeta_2 + \ldots\ldots + f_n\zeta_n); \\ \Delta_1 f_1\zeta_1 + \Delta_2 f_2\zeta_2 + \ldots\ldots + \Delta_n f_n\zeta_n = 0. \end{cases}$$

Wir denken uns nun die Locomotive in Bewegung gesetzt, und wa ab, bis sich ein Beharrungszustand hergestellt hat, so werden die a der Schwere und der Elasticität der Federn auftretenden Kräfte Oberbau aus seiner obigen Gleichgewichtslage gebracht haben. Um diese Aenderung für irgend einen Moment zu vergegenwärtigen, den wir uns den Oberbau um das Stück ζ in der Richtung der Vertica verschoben, um den Winkel φ um die Queraxe, und um den Winkel ψ die Längsaxe gedreht, wobei als positiver Sinn der Drehung um die Y die Richtung von der positiven Z- zur positiven Xaxe, als positiver S der Drehung um die Xaxe die Richtung von der positiven Y- zur p tiven Zaxe gilt. Damit erhalten wir die Veränderungen der Lage des den Federn ruhenden Baues, welche das Wogen, Nicken und Wan bestimmen.

Die nunmehr wirkenden vertical gerichteten Kräfte der einzel Federn sind:

$$f_1(\zeta_1 - \zeta + \Delta_1\varphi + \varepsilon\psi); \; f_1'(\zeta_1' - \zeta + \Delta_1\varphi - \varepsilon\psi)$$
$$f_2(\zeta_2 - \zeta + \Delta_2\varphi + \varepsilon\psi); \; f_2'(\zeta_2' - \zeta + \Delta_2\varphi - \varepsilon\psi)$$
$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$
$$f_n(\zeta_n - \zeta + \Delta_n\varphi + \varepsilon\psi); \; f_n'(\zeta_n' - \zeta + \Delta_n\varphi - \varepsilon\psi).$$

Wir erhalten somit als Summe aller den Ausdruck:

$$f_1\zeta_1 + f_1'\zeta_1' + f_2\zeta_2 + f_2'\zeta_2' + \ldots\ldots + f_n\zeta_n + f_n'\zeta_n'$$
$$- \zeta(f_1 + f_1' + f_2 + f_2' + \ldots\ldots + f_n + f_n')$$
$$+ \varphi[(f_1 + f_1')\Delta_1 + (f_2 + f_2')\Delta_2 + \ldots\ldots + (f_n + f_n')\Delta_n]$$
$$+ \varepsilon\psi(f_1 - f_1' + f_2 - f_2' + \ldots\ldots + f_n - f_n').$$

Die Momentensumme dieser Kräfte in Bezug auf die Queraxe ist

$$-\Delta_1\{f_1\zeta_1 + f_1'\zeta_1' - \zeta(f_1 + f_1') + \varphi\Delta_1(f_1 + f_1') + \psi\varepsilon(f_1 - \ldots$$
$$-\Delta_2\{f_2\zeta_2 + f_2'\zeta_2' - \zeta(f_2 + f_2') + \varphi\Delta_2(f_2 + f_2') + \psi\varepsilon(f_2 - \ldots$$
$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$
$$-\Delta_n\{f_n\zeta_n + f_n'\zeta_n' - \zeta(f_n + f_n') + \varphi\Delta_n(f_n + f_n') + \psi\varepsilon(f_n - \ldots$$

Die einzelnen Glieder dieser Summe sind negativ, da für ein positives Δ eine Drehung von der positiven X- zur positiven Zaxe erfolgt, während die positive Drehungsrichtung die umgekehrte ist.

Endlich ist die Momentensumme dieser Kräfte in Bezug auf die Längsaxe:

$$+ \varepsilon[-f_1(\zeta_1 - \zeta + \Delta_1\varphi + \varepsilon\psi) - \ldots\ldots - f_n(\zeta_n - \ldots\ldots + \varepsilon\psi) + f_1'(\zeta_1' - \ldots\ldots - \varepsilon\psi) + \ldots\ldots + f_n(\zeta_n' - \ldots\ldots - \varepsilon\psi)].$$

Führen wir obige Voraussetzungen ein, dass:

$$f_1 = f_1';\ f_2 = f_2';\ \ldots\ldots;\ f_n = f_n';$$
$$\zeta_1 = \zeta_1';\ \zeta_2 = \zeta_2';\ \ldots\ldots;\ \zeta_n = \zeta_n';$$

so erhalten wir in Folge der Gleichungen (1):

Die Summe der vertical wirkenden Federkräfte:

$$G - 2\zeta(f_1 + f_2 + \ldots\ldots + f_n) + 2\varphi(f_1\Delta_1 + f_2\Delta_2 + \ldots\ldots + f_n\Delta_n);$$

die Momentensumme in Bezug auf die Queraxe:

$$2\zeta(f_1\Delta_1 + f_2\Delta_2 + \ldots\ldots + f_n\Delta_n) - 2\varphi(f_1\Delta_1^2 + f_2\Delta_2^2 + \ldots\ldots + f_n\Delta_n^2);$$

die Momentensumme in Bezug auf die Längsaxe:

$$-2\varepsilon^2\psi(f_1 + f_2 + \ldots\ldots f_n).$$

3) Pressungen der Gleitstücke gegen ihre Führungslineale. (Tafel VII, Figur 1—4).

Angenommen A sei die Triebaxe, an welche die Pleulstange direct angreift, und r der Kurbelradius.

Wir legen durch A eine horizontale und eine verticale Gerade, welche erstere zugleich die Mittellinie des Cylinders sei, so theilen diese beiden den Kurbelkreis in 4 Quadranten, von denen wir den links oben liegenden zum ersten wählen, und lassen nun die Drehung der Kurbel im Sinn eines Uhrzeigers vor sich gehen, so wird die Vorwärtsbewegung der Locomotive der Figur 1—4 entsprechend von der Triebaxe zum Cylinder hin stattfinden, so dass letzterer vor der ersteren liegt. Dieser Voraussetzung entsprechen alle jetzt in der Praxis vorkommenden Systeme, so dass unsere Annahme über den Sinn der Drehung der Kurbel berechtigt erscheint, wenngleich sie von der positiven X- zur positiven Zaxe erfolgt, also ihr Sinn ein negativer ist.

Es ist daher auch der in den Figuren 1—4 auf Tafel VII mit α bezeichnete Winkel, welchen die Kurbel der rechten Maschine mit der

Horizontalen einschliesst, negativ, und wenn wir die absoluten Werthe desselben in die Rechnung einführen, so haben wir für:

$$sin\,\alpha \quad \text{und} \quad tag\,\alpha:$$

$$-sin\,\alpha \quad \text{und} \quad -tag\,\alpha$$

zu setzen.

Obigem entsprechend ist der Winkel, welchen die Kurbel der linken Maschine mit der der rechten einschliesst gleich:

$$-90^0.$$

Nehmen wir ferner an, P, d. i. der absolute Werth des mittleren Dampfdruckes auf einen Kolben, insoweit derselbe nutzbar auf die Kurbel übertragen wird, sei während des ganzen Hubes constant wirkend, so können wir uns P in jedem Moment zerlegt denken in zwei Componenten

$$N \text{ resp. } N_1$$

$$\text{und } Q \text{ resp. } Q_1$$

normal gegen die Führungslineale und parallel der Pleulstange.

Schliessen dann die Pleulstangen der beiden Maschinen mit der Horizontalen den Winkel λ resp. λ_1 ein, so ist:

$$N = P\,tag\,\lambda; \quad N_1 = P\,tag\,\lambda_1;$$

$$Q = \frac{P}{cos\,\lambda}; \qquad Q_1 = \frac{P}{cos\,\lambda_1}.$$

Die Grösse von λ resp. λ_1, somit auch von $tag\,\lambda$ und $tag\,\lambda_1$ richtet sich nach dem Verhältniss des Kurbelradius r zur Schubstangenlänge; gewöhnlich ist dies so klein, dass man näherungsweise setzen kann:

$$tag\,\lambda = sin\,\lambda, \quad \text{und} \quad tag\,\lambda_1 = sin\,\lambda_1;$$

so dass:

$$N = P\,sin\,\lambda; \quad N_1 = P\,sin\,\lambda_1.$$

Wir sehen jedoch aus Tafel VII, Figur 1—4, dass, wenn die Kurbel der rechten Maschine sich im ersten Quadranten befindet (Fig. 1), P beiden Maschinen eine negative Richtung hat, also als $-P$ in Rechnung zu bringen ist, so dass für den ersten Quadranten:

$$N + N_1 = P(-sin\,\lambda - sin\,\lambda_1).$$

Für den zweiten Quadranten (Fig. 2) hat sich für die linke Maschine die Richtung von P in die positive verwandelt, so dass für den zweiten Quadranten:

$$N + N_1 = P(-sin\,\lambda + sin\,\lambda_1).$$

Ebenso ist für den dritten Quadranten (Fig. 3):

$$N + N_1 = P(\sin\lambda + \sin\lambda_1),$$

nd für den vierten Quadranten (Fig. 4):

$$N + N_1 = P(\sin\lambda - \sin\lambda_1).$$

Aus dem von dem Kurbelradius der Pleulstange und der Horizontalen ebildeten Dreieck ergiebt sich die Beziehung:

$$\frac{r}{L} = \frac{\sin\lambda}{\sin(180^0 - \alpha)} \text{ für die rechte,}$$

$$\frac{r}{L} = \frac{\sin\lambda_1}{\sin\left\{180^0 - (\alpha - 90^0)\right\}} \text{ für die linke Ma-}$$

:hine; folglich ist:

$$\sin\lambda = + \frac{r}{L}\sin\alpha;$$

$$\sin\lambda_1 = - \frac{r}{L}\cos\alpha;$$

der, wenn man die absoluten Werthe von α in die Rechnung einführt:

$$\sin\lambda = - \frac{r}{L}\sin\alpha;$$

$$\sin\lambda_1 = - \frac{r}{L}\cos\alpha.$$

'olglich ist (Tafel VII, Fig. 1—4):

$$N + N_1 = P\frac{r}{L}(\sin\alpha + \cos\alpha) \text{ für den 1. Quadranten}$$

$$= P\frac{r}{L}(\sin\alpha - \cos\alpha) \quad „ \quad „ \quad 2. \quad „$$

$$= P\frac{r}{L}(-\sin\alpha - \cos\alpha) \quad „ \quad 3. \quad „$$

$$= P\frac{r}{L}(-\sin\alpha + \cos\alpha) \quad „ \quad 4. \quad „ \quad .$$

Diese Aenderungen von $N + N_1$ wiederholen sich periodisch nach der ganzen Umdrehung der Kurbel der rechten Maschine. Um nun den 'erth von $N + N_1$ allgemein für den $n$ten Quadranten auszudrücken, gen wir zu $\sin\alpha$ den Factor $\left(\sin\frac{n\pi}{2} - \cos\frac{n\pi}{2}\right)$, und zu $\cos\alpha$ den Factor

$\sin\frac{n\pi}{2} + \cos\frac{n\pi}{2}\Big)$;

es ist nämlich:

	$\sin\frac{n\pi}{2} - \cos\frac{n\pi}{2}$	$\sin\frac{n\pi}{2} + \cos\frac{n\pi}{2}$
für $n = 1$	$+1$	$+1$
2	$+1$	-1
3	-1	-1
4	-1	$+1$

Dieses Gesetz wiederholt sich periodisch jedesmal, wenn n um 4 Einheiten gewachsen ist.

Somit ist allgemein für den $n$ten Quadranten:

$$N + N_1 = P\frac{r}{L}\left\{\left(\sin\frac{n\pi}{2} - \cos\frac{n\pi}{2}\right)\sin\alpha + \left(\sin\frac{n\pi}{2} + \cos\frac{n\pi}{2}\right)\cos\right.$$

$$N + N_1 = P\frac{r}{L}\left\{\left(\sin\frac{n\pi}{2}\sin\alpha + \cos\frac{n\pi}{2}\cos\alpha\right) + \left(\sin\frac{n\pi}{2}\cos\alpha - \cos\frac{n\pi}{2}\sin\alpha\right)\right\}$$

$$= P\frac{r}{L}\left\{\cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right)\right\}.$$

Was die Momente dieser Pressungen in Bezug auf die Längsaxe trifft, so ist, da N den Oberbau im negativen, N_1 im positiven Sinn drehen sucht, die Resultante beider:

$$(N_1 - N)\,e,$$

wenn

e der Abstand der Cylindermittellinien von der ZXebene.

Entsprechend Obigem ist:

$$N_1 - N = P\frac{r}{L}(\cos\alpha - \sin\alpha) \quad \text{für den 1. Quadranten}$$

$$= P\frac{r}{L}(-\cos\alpha - \sin\alpha) \quad „ \quad „ \quad 2. \quad „$$

$$= P\frac{r}{L}(-\cos\alpha + \sin\alpha) \quad „ \quad „ \quad 3. \quad „$$

$$= P\frac{r}{L}(\cos\alpha + \sin\alpha) \quad „ \quad „ \quad 4. \quad „$$

Um den Werth des Momentes $(N_1 - N)\,e$ für den $n$ten Quadra zu haben, versehen wir $\cos\alpha$ mit dem Factor $\left(\cos\frac{n\pi}{2} + \sin\frac{n\pi}{2}\right)$ $\sin\alpha$ mit dem Factor $\left(\cos\frac{n\pi}{2} - \sin\frac{n\pi}{2}\right)$, so dass allgemein:

$$N_1 - N)\,e = P\,\frac{r}{L}\,e\left\{\left(\sin\frac{n\pi}{2}\cos\alpha + \cos\frac{n\pi}{2}\sin\alpha\right) + \right.$$

$$\left. + \left(\cos\frac{n\pi}{2}\cos\alpha - \sin\frac{n\pi}{2}\sin\alpha\right)\right\}$$

$$= P\,\frac{r}{L}\,e\left\{\sin\left(\frac{n\pi}{2} + \alpha\right) + \cos\left(\frac{n\pi}{2} + \alpha\right)\right\}.$$

Nennen wir ferner die variabeln Abstände der Gleitstückmittel von r YZebene: a resp. a_1, so ist das resultirende Moment der beiden räfte N und N_1 in Bezug auf die Queraxe:

$$-(Na + N_1 a_1),$$

für ein positives a resp. a_1 eine Drehung im negativen Sinn, d. h. von r positiven X- zur positiven Zaxe erfolgt.

a und a_1 drücken sich nun, wie aus Tafel VII, Fig. 1—4 hervorht, folgender Maassen aus, wenn wir den Werth von α als absolut in echnung bringen:

$$a = \Delta_r - (L\cos\lambda - r\cos\alpha)$$

$$a_1 = \Delta_r - (L\cos\lambda_1 + r\sin\alpha),$$

er wenn wir hier:

$$\cos\lambda = \cos\lambda_1 = 1$$

tzen:

$$a = \Delta_r - (L - r\cos\alpha)$$

$$a_1 = \Delta_r - (L + r\sin\alpha).$$

ist daher, da:

$$Na + N_1 a_1 = P\,\frac{r}{L}\,(a\sin\alpha + a_1\cos\alpha) \quad \text{für den 1. Quadranten}$$

$$= P\,\frac{r}{L}\,(a\sin\alpha - a_1\cos\alpha) \quad \text{„ „ 2. „}$$

$$= P\,\frac{r}{L}\,(-a\sin\alpha - a_1\cos\alpha) \quad \text{„ .. 3. „}$$

$$= P\,\frac{r}{L}\,(-a\sin\alpha + a_1\cos\alpha) \quad \text{„ „ 4. „}$$

n Obigen entsprechend für den $n$ten Quadranten:

$$+ N_1 a_1 = P\,\frac{r}{L}\left\{a\left(\sin\frac{n\pi}{2} - \cos\frac{n\pi}{2}\right)\sin\alpha + \right.$$

$$\left. a_1\left(\sin\frac{n\pi}{2} + \cos\frac{n\pi}{2}\right)\cos\alpha\right\}.$$

Setzen wir hierin die Werthe von a und a_1 ein, so ergiebt sich:

$$Na + N_1 a_1 = P \frac{r}{L} \left[(\Delta_r - L) \left\{ \sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) \right\} - \right.$$

$$r \sin\alpha \cos\alpha \left(\sin\frac{n\pi}{2} - \cos\frac{n\pi}{2} - \sin\frac{n\pi}{2} - \cos\frac{n\pi}{2} \right.$$

$$= P \frac{r}{L} \left[(\Delta_r - L) \left\{ \sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) \right\} - r \sin 2\alpha \cos\frac{n\pi}{2} \right.$$

Wir erhalten somit für:

3) Die Pressungen der Gleitstücke gegen ihre Führungslineale:

die Summe der verticalen Kräfte:

$$P \frac{r}{L} \left\{ \sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) \right\};$$

die Momentensumme in Bezug auf die Längsaxe:

$$P \frac{re}{L} \left\{ \sin\left(\frac{n\pi}{2} + \alpha\right) + \cos\left(\frac{n\pi}{2} + \alpha\right) \right\};$$

die Momentensumme in Bezug auf die Queraxe:

$$- P \frac{r}{L} \left[(\Delta_r - L) \left\{ \sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) \right\} - r \sin 2\alpha \cos\frac{n\pi}{2} \right.$$

4) Widerstand des Trains.

Bezeichnen wir mit:

W' die Widerstände des Trains angreifend am Zusammenhängungsp mit dem Tender in der Höhe h' über der XYebene; mit

W'' die Widerstände der Locomotive mit Ausschluss der Reibu widerstände der Maschine selbst, also Bahnwiderstand + I widerstand, angreifend in der Höhe h'',

so ist:

$$W = W' + W''$$

der Gesammtwiderstand mit Ausschluss der Reibungswiderstände Maschine.

Die Höhe h_1 des Angriffspunktes von W über der XYebene, er sich aus der Gleichung:

$$W h_1 = W' h' + W'' h'', \text{ als:}$$

$$h_1 = \frac{W' h' + W'' h''}{W}.$$

In der Regel wird h' sehr wenig von h'' verschieden sein, und auch ler Einfluss von W'' gering sein gegen W', so dass wir setzen können:

$$h_1 = h' \frac{W' + W''}{W} = h'.$$

W ergiebt sich wie folgt:

wenn D der Durchmesser des Triebrades ist, so ist bei einer Umlrehung der Triebaxe die Arbeit des der Locomotive entgegenwirkenden Widerstandes W:

$$W.D.\pi.$$

Die Arbeit des Dampfdruckes für jede der beiden Maschinen ist für ieselbe Zeit:

$$2P.(2r),$$

)lglich die Summe der Arbeiten beider Maschinen:

$$2 \,.\, 2P.2r = 8\ Pr.$$

Da wir den Beharrungszustand vorausgesetzt haben, so muss die rbeit des Widerstandes gleich sein der Arbeit des Dampfdruckes, so dass ir erhalten:

$$W = \frac{8\ Pr}{D\pi}.$$

Es ist daher:

as Moment des Trainwiderstandes in Bezug auf die Queraxe:

$$h_1 . \frac{8\ Pr}{D\pi}.$$

5) Pressungen der Triebaxen gegen ihre Axengabeln.

Wie wir oben in dem Kapitel über die Zugkraft der Locomotive ntwickelt haben, wird die von der Pleulstange direct in Bewegung ge-)tzte Axe auf jeder Seite von 3 Kraftcomponenten angegriffen.

Die Richtung der ersten (pag. 4) von diesen fällt in die Mittellinie er entsprechenden Cylinder, ist also hier horizontal, und besteht ihre Wirkung darin, dass sie die Axen gegen ihre Gabeln pressen. Sie sind leich und entgegengesetzt den Pressungen des Dampfes gegen die Cylin-erdeckel, und da die Resultante dieses Dampfdruckes ebenfalls in die ylindermittellinie fällt, so ist nicht allein die allgebraische Summe, son-ern auch die Summe der Momente dieser Kräfte in Bezug auf jede Axe leich Null.

Die zweite, stets horizontale Componente ist die treibende Kraft)ag. 6), d. i. die Resultante der Pressungen sämmtlicher Triebaxen gegen ire Axengabeln, mit Ausschluss der einzigen obigen Componente.

Dieselbe haben wir hier, da unsere Xaxe von vorn nach hinten richtet ist, entsprechend pag. 7 und 8 zu setzen:
für den 1. Quadranten:

$$K = -P\frac{2r}{D}(\sin\alpha + \cos\alpha);$$

für den 2. Quadranten:

$$K = -P\frac{2r}{D}\left(\sin\alpha - \cos\alpha - \frac{r}{L}\sin 2\alpha\right);$$

für den 3. Quadranten:

$$K = -P\frac{2r}{D}(-\sin\alpha - \cos\alpha);$$

für den 4. Quadranten:

$$K = -P\frac{2r}{D}\left(-\sin\alpha + \cos\alpha + \frac{r}{L}\sin 2\alpha\right);$$

oder allgemein für den $n$ten Quadranten:

$$K = -2\frac{Pr}{D}\left[\cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \frac{r}{L}\cos\frac{n\pi}{2}\sin 2\alpha\right.$$

Die dritten auf die direct von der Pleulstange angegriffene wirkenden Componenten sind normal gegen die Cylindermittellinien, hier vertical gerichtet (pag. 5), und können daher nur den Druck des der Axe verbundenen Räderpaares gegen die Schienen beeinflussen, den Oberbau in Bewegung zu setzen.

Wir erhalten daher:
das Moment der Pressungen der Axen gegen ihre Gabeln in Bezug die Queraxe:

$$-\frac{2r}{D}.P.h\left[\cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \frac{r}{L}\cos\frac{n\pi}{2}\sin 2\alpha\right]$$

6) Pressungen des Dampfes gegen die Deckel der Dampfcylinder.

Der Einfluss dieser wird, wie oben gezeigt, von dem einen Theil Pressungen der Triebaxe gegen ihre Gabeln aufgehoben.

Stellen wir nun die gewonnenen Resultate zusammen, so haben wir

Summe der vertical wirkenden Kräfte:

1) $-G$

2) $G - 2\zeta(f_1 + f_2 + \cdots + f_n) + 2\varphi(\Delta_1 f_1 + \Delta_2 f_2 + \cdots + \Delta_n$

3) $P\frac{r}{L}\left\{\cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right)\right\}$

$$Z = -2\zeta(f_1 + f_2 + \ldots + f_n) + 2\varphi(\Delta_1 f_1 + \Delta_2 f_2 + \ldots + \Delta_n f_n) + \\ + P\frac{r}{L}\left\{\cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right)\right\}.$$

Summe der Momente in Bezug auf die Längsaxe:

2): $-2\,\varepsilon^2\psi(f_1 + f_2 + \ldots + f_n)$

3): $e\,P\frac{r}{L}\left\{\sin\left(\frac{n\pi}{2} + \alpha\right) + \cos\left(\frac{n\pi}{2} + \alpha\right)\right\}$

$$= -2\,\varepsilon^2\psi(f_1 + f_2 + \ldots + f_n) + e\,P\frac{r}{L}\left\{\cos\left(\frac{n\pi}{2} + \alpha\right) + \\ + \sin\left(\frac{n\pi}{2} + \alpha\right)\right\}.$$

Summe der Momente in Bezug auf die Queraxe:

$$2\zeta(\Delta_1 f_1 + \Delta_2 f_2 + \ldots + \Delta_n f_n) - 2\varphi(\Delta_1^2 f_1 + \\ + \Delta_2^2 f_2 + \ldots + \Delta_n^2 f_n)$$

$$-P\frac{r}{L}\left\{(\Delta_r - L)\left[\cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right)\right] \right.$$

$$\left. - r\cos\frac{n\pi}{2}\sin 2\alpha\right\}$$

$$h_1 \cdot \frac{8\,Pr}{D\pi}$$

$$-2h\,P\frac{r}{D}\left\{\cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \frac{r}{L}\cos\frac{n\pi}{2}\sin 2\alpha\right\}$$

$$= 2\zeta(f_1\Delta_1 + f_2\Delta_2 \ldots + f_n\Delta_n) - 2\varphi(f_1\Delta_1^2 + f_2\Delta_2^2 + \ldots + f_n\Delta_n^2)$$

$$- Pr\left[\cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right)\right]\left\{\frac{\Delta_r - L}{L} + \frac{2h}{D}\right\}$$

$$+ P\frac{r^2}{LD}(D - 2h)\cos\frac{n\pi}{2}\sin 2\alpha + h_1\frac{8\,Pr}{D\pi}.$$

Führen wir diese Werthe von ΣZ, X_1 und Y_1 in die obigen Gleichungen:

$$\frac{d^2z}{dt^2} = \frac{\Sigma Z}{M};$$

$$\frac{dx_1}{dt} = \frac{X_1}{A};$$

$$\frac{dy_1}{dt} = \frac{Y_1}{B}$$

, und bedenken, dass:

$$\zeta = z; \quad x_1 = \frac{d\psi}{dt}, \text{ und } y_1 = \frac{d\varphi}{dt},$$

so erhalten wir für das Wogen:

$$M\frac{d^2\zeta}{dt^2} = -2\zeta(f_1 + \ldots + f_n) + 2\varphi(f_1\Delta_1 + \ldots + f_n\Delta_n) +$$

$$+ P\frac{r}{L}\left\{\cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right)\right.$$

Für das Wanken:

$$A\frac{d^2\psi}{dt^2} = -2\varepsilon^2\psi(f_1 + \ldots + f_n) + eP\frac{r}{L}\left\{\cos\left(\frac{n\pi}{2} + \alpha\right) +\right.$$

$$+ \sin\left(\frac{n\pi}{2} + \alpha\right.$$

Für das Nicken:

$$B\frac{d^2\varphi}{dt^2} = 2\zeta(f_1\Delta_1 + \ldots + f_n\Delta_n) - 2\varphi(f_1\Delta_1^2 + \ldots + f_n\Delta_n^2) -$$

$$- Pr\left[\cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right)\right]\left\{\frac{\Delta_r - L}{L} + \frac{2h}{D}\right\} +$$

$$+ P\frac{r^2}{LD}(D - 2h)\cos\frac{n\pi}{2}\sin 2\alpha + h_1\frac{8}{D}$$

Wir betrachten zunächst:

Das Wanken.

Wir schreiben die Gleichung des Wankens:

$$\frac{d^2\psi}{dt^2} + \frac{2\varepsilon^2(f_1 + \ldots + f_n)}{A}\cdot\psi = \frac{ePr}{AL}\left\{\cos\left(\frac{n\pi}{2} + \alpha\right) +\right.$$

$$+ \sin\left(\frac{n\pi}{2} + \alpha\right.$$

Führen wir anstatt der variabeln Zeit den absoluten Werth Winkels α ein, den die Kurbel der rechten Maschine mit der Horizont einschliesst, so drückt sich derselbe aus, wenn ω die während des harrungszustandes constante Winkelgeschwindigkeit der Triebwelle ist:

$$\alpha = \omega t;\ \text{somit:}$$

$$dt = \frac{d\alpha}{\omega},\ \text{und}\ \frac{1}{dt^2} = \frac{\omega^2}{d\alpha^2}.$$

Wir setzen ferner der Abkürzung halber:

$$\frac{2\varepsilon^2(f_1 + f_2 + \ldots + f_n)}{A\omega^2} = k^2;$$

$$\frac{ePr}{\omega^2 AL} = p.$$

TRANSPORTATION

Ferner führen wir:

$$p\left\{\cos\left(\frac{n\pi}{2}+\alpha\right)+\sin\left(\frac{n\pi}{2}+\alpha\right)\right\}$$

Function von α, also als:

$$f(\alpha)$$

ie Rechnung, was uns jedenfalls gestattet ist, da ein jeder Werth von r $f(\alpha)$ einen bestimmten Werth giebt.

Was die Grösse n betrifft, welches stets eine ganze Zahl sein muss, rgiebt sich diese jedesmal aus der Beziehung:

$$\frac{n-1}{2}\pi < \alpha < \frac{n\pi}{2}.$$

Nach Einführung dieser Umformungen wird unsere Gleichung:

$$\frac{d^2\psi}{d\alpha^2}+k^2\psi = f(\alpha).$$

Wir multipliciren die Gleichung mit $v\,d\alpha$ und integriren von

$$\alpha = 0 \text{ bis } \alpha = \alpha'$$

bis zu dem Winkel α, bei welchem wir den Zustand der Locomotive achten wollen, so erhalten wir:

$$\int_0^{\alpha'}\frac{d^2\psi}{d\alpha^2}\,v\,d\alpha+\int_0^{\alpha'}k^2\psi\,v\,d\alpha=\int_0^{\alpha'}f(\alpha)\,v\,d\alpha.$$

Noch zu bemerken ist, dass $\alpha = 0$ dem Moment entspricht, in dem nach eingetretenem Beharrungszustand die Kurbel zum ersten in den ersten Quadranten tritt.

Wir haben nun in der obigen Entwicklung der auf den sich bewegenden Locomotivkörper wirkenden Kräfte gesehen, dass keine Momentenkräfte unter ihnen auftreten. Daraus folgt, dass sowohl der Ausschlagwinkel ψ als auch die Winkelgeschwindigkeit $\frac{d\psi}{dt}$ und somit auch $\frac{d\psi}{d\alpha}$ sich stetig ändern müssen.

Wir können daher im ersten Gliede links zwei Mal theilweise integriren, und erhalten:

$$\left[\frac{\psi}{\alpha}-\psi\,\frac{dv}{d\alpha}\right]_{\alpha=\alpha'}-\left[v\,\frac{d\psi}{d\alpha}-\psi\,\frac{dv}{d\alpha}\right]_{\alpha=0}+\int_0^{\alpha'}\left(\frac{d^2v}{d\alpha^2}+k^2v\right)\psi\,d\alpha=\int_0^{\alpha'}f(\alpha)\,v\,d\alpha.$$

Wir setzen dem integrirenden Factor folgende Bedingungen:

$$1)\ \frac{d^2v}{d\alpha^2} + k^2v = 0$$

$$2)\ \text{für } \alpha = \alpha' \text{ sei } \begin{cases} v = 0 \\ -\frac{dv}{d\alpha} = 1, \end{cases}$$

so ist:

$$v = \frac{1}{k} \sin k(\alpha' - \alpha).$$

Setzen wir dies oben ein, und bezeichnen:

$$\text{für } \alpha = 0 \begin{cases} \psi = \psi_0 \\ \frac{d\psi}{d\alpha} = \psi_0', \end{cases}$$

so ist:

$$\psi_{\alpha'} = \psi_0' \frac{1}{k} \sin k\alpha' + \psi_0 \cos k\alpha' + \int_0^{\alpha'} f(\alpha) \frac{\sin k(\alpha' - \alpha)}{k} d\alpha.$$

Wir setzen:

$$\int_0^{\alpha'} f(\alpha)\, v\, d\alpha = I; \text{ so dass:}$$

$$\psi_{\alpha'} = \psi_0' \frac{1}{k} \sin k\alpha' + \psi_0 \cos k\alpha' + I.$$

Es war:

$$\frac{d^2v}{d\alpha^2} = -k^2v.$$

Multipliciren wir diese Gleichung mit $f(\alpha)\, d\alpha$, und integriren von α bis $\alpha = \alpha'$, so ist:

$$\int_0^{\alpha'} f(\alpha) \frac{d^2v}{d\alpha^2} d\alpha = -k^2 \int_0^{\alpha'} f(\alpha)\, v\, d\alpha = -k^2 I.$$

Nach den Lehrsätzen der bestimmten Integration ist ein bestimmtes Integral:

$$\int_a^b f(x)\, dx = F(b) - F(a),$$

wenn das unbestimmte Integral

$$\int f(x)\, dx = F(x) + Const.,$$

s auch $f(x)$ bedeuten mag, wenn nur $F(x)$ zwischen den Grenzen a und b

1) keine Sprünge macht
2) nicht unendlich wird
3) keinen unbestimmten Werth annimmt.

Macht $F(x)$ zwischen den Grenzen a und b Sprünge, d. h. wird $F(x)$ engeren Sinn unstetig, so bleibt die obige Gleichung noch bestehen, an man nur auf der rechten Seite die Summe der sämmtlichen Sprung- ien der $F(x)$ von a bis b subtrahirt.

Nach diesen Grundsätzen integriren wir $\int_0^{\alpha'} f(\alpha)\,\frac{d^2v}{d\alpha^2}\,d\alpha$ zwei Mal ilweise, und erhalten:

$$\ldots\ldots\int_0^{\alpha'} f(\alpha)\,\frac{d^2v}{d\alpha^2}\,d\alpha = -k^2I = \left[f(\alpha)\,\frac{dv}{d\alpha} - f'(\alpha)\,v\right]_{\alpha=\alpha'} -$$

$$-\left[f(\alpha)\,\frac{dv}{d\alpha} - f'(\alpha)\cdot v\right]_{\alpha=0} + \int_0^{\alpha'} f''(\alpha)\,v\,d\alpha -$$

$$-\sum_{\alpha=0}^{\alpha=\alpha'} \text{Sprunghöhen von } \left[f(\alpha)\,\frac{dv}{d\alpha} - f'(\alpha)\,v\right].$$

Es verläuft nun v und $\frac{dv}{d\alpha}$ stetig von $\alpha = 0$ bis $\alpha = \alpha'$, wir haben iit nur den Verlauf von $f(\alpha)$ und $f'(\alpha)$ zu untersuchen:

$$f(\alpha) = p\left\{\cos\left(\frac{n\pi}{2} + \alpha\right) + \sin\left(\frac{n\pi}{2} + \alpha\right)\right\}$$

$$f'(\alpha) = p\left\{\cos\left(\frac{n\pi}{2} + \alpha\right) - \sin\left(\frac{n\pi}{2} + \alpha\right)\right\}$$

) sowohl als $f'(\alpha)$ sind jedenfalls stetig für das Intervall von $\alpha = \frac{n-1}{2}\pi$ $\frac{n\pi}{2}$; überschreitet α den Werth $\frac{n\pi}{2}$, so hat man für n in obigem sdruck $n + 1$ einzuführen, und kann somit auf der Grenze, wo $\alpha = \frac{n\pi}{2}$, e Unstetigkeit von $f(\alpha)$ oder $f'(\alpha)$ eintreten.

Wir bezeichnen die Endwerthe der $f(\alpha)$ und $f'(\alpha)$ für das Intervall $\alpha = \frac{n-1}{2}\pi$ bis $\frac{n\pi}{2}$ mit:

$$f\left(\frac{n\pi}{2} - 0\right) \text{ und } f'\left(\frac{n\pi}{2} - 0\right);$$

ebenso die entsprechenden Anfangswerthe mit:

$$f\left(\frac{n-1}{2}\pi + 0\right) \text{ und } f'\left(\frac{n-1}{2}\pi + 0\right).$$

Diese Werthe erhalten wir, wenn wir in obigen Ausdrücken $\alpha =$ resp. $\alpha = \frac{n-1}{2}\pi$ setzen, und ist somit:

$$f\left(\frac{n\pi}{2} - 0\right) = p \cos n\pi$$

$$f'\left(\frac{n\pi}{2} - 0\right) = p \cos n\pi$$

$$f\left(\frac{n-1}{2}\pi + 0\right) = -p \cos n\pi$$

$$f'\left(\frac{n-1}{2}\pi + 0\right) = p \cos n\pi .$$

Die entsprechenden Werthe erhält man für das nächste Inte wenn man für n: $n + 1$ setzt, somit ist:

$$f\left(\frac{n\pi}{2} + 0\right) = -p \cos(n+1)\pi = +p \cos n\pi$$

$$f'\left(\frac{n\pi}{2} + 0\right) = \quad p \cos(n+1)\pi = -p \cos n\pi .$$

Folglich ist:

$$f\left(\frac{n\pi}{2} + 0\right) - f\left(\frac{n\pi}{2} - 0\right) = 0; \text{ aber:}$$

$$f'\left(\frac{n\pi}{2} + 0\right) - f'\left(\frac{n\pi}{2} - 0\right) = -2p \cos n\pi .$$

Es ist daher, da:

$$\frac{n-1}{2}\pi < \alpha < \frac{n\pi}{2}$$

die Summe der Sprunghöhen von

$$\left[f(\alpha)\frac{dv}{d\alpha} - f'(\alpha)\, v\right]_{\alpha=0}^{\alpha=\alpha'} = -\sum_{s=1}^{s=n-1} v_{\frac{s\pi}{2}} \left[f'\left(\frac{s\pi}{2} + 0\right) - f'\left(\frac{s\pi}{2} - 0\right)\right]$$

$$= +\sum_{s=1}^{s=n-1} \frac{1}{k} \sin k\left(\alpha' - \frac{s\pi}{2}\right) . 2p \cos$$

Was die ferneren Werthe der Gleichung A betrifft, so ist:

$$\text{für } \alpha = \alpha' \begin{cases} v = 0 \\ \dfrac{dv}{d\alpha} = -1 \end{cases}$$

für $\alpha = 0$:

$$f(0) = p\left\{\cos\left(\frac{\pi}{2} + 0\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + 0\right)\right\} = p$$

$$f'(0) = p\left\{\cos\left(\frac{\pi}{2} + 0\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2} + 0\right)\right\} = -p.$$

Endlich ist:

$$f''(\alpha) = -f(\alpha), \text{ so dass:}$$

$$\int_0^{\alpha'} v \cdot f''(\alpha)\, d\alpha = -\int_0^{\alpha'} f(\alpha)\, v\, d\alpha = -I.$$

ühren wir dies in Gleichung A ein, so ist:

$$-k^2 I = -I + p\left\{-\cos\left(\frac{n\pi}{2} + \alpha'\right) - \sin\left(\frac{n\pi}{2} + \alpha'\right) + \right.$$

$$\left. + \cos k\alpha' - \frac{1}{k}\sin k\alpha' - \frac{2}{k}\sum_{s=1}^{s=n-1} \cos s\pi \,.\, \sin k\left(\alpha' - \frac{s\pi}{2}\right)\right\}$$

ler:

$$(1 - k^2) = p\left[-\left\{\cos\left(\frac{n\pi}{2} + \alpha'\right) + \sin\left(\frac{n\pi}{2} + \alpha'\right)\right\} + \cos k\alpha' - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{k}\sin k\alpha' - \frac{2}{k}\sin k\alpha' \sum_{s=1}^{s=n-1} \cos s\pi \cos\frac{ks\pi}{2} + \frac{2}{k}\cos k\alpha' \sum_{s=1}^{s=n-1} \cos s\pi \sin\frac{ks\pi}{2}\right].$$

Wir setzen nun:

$$\sum_{s=1}^{s=n-1} \cos s\pi \cos\frac{sk\pi}{2} = S_1$$

ad multipliciren:

$$S_1 = -\cos\frac{k\pi}{2} + \cos\frac{2k\pi}{2} - \ldots - \cos n\pi \cos\frac{n-1}{2}k\pi$$

it:

$$2\cos\frac{k\pi}{4}, \text{ so ist:}$$

$$-2\cos\frac{k\pi}{4}\cos\frac{k\pi}{2} = -\cos\frac{3k\pi}{4} - \cos\frac{\pi}{4}$$
$$+2\cos\frac{k\pi}{4}\cos\frac{2k\pi}{2} = +\cos\frac{5k\pi}{4} + \cos\frac{3k\pi}{4}$$
$$\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots$$
$$-2\cos n\pi\cos\frac{k\pi}{4}\cos\frac{n-1}{2}k\pi = -\left(\cos\frac{2n-1}{4}k\pi + \cos\frac{2n-3}{4}k\pi\right)$$

$$2S_1\cos\frac{k\pi}{4} = -\cos\frac{k\pi}{4} - \cos n\pi\cos\frac{2n-1}{4}k\pi.$$

Ferner multipliciren wir:

$$S_2 = \sum_{s=1}^{s=n-1}\cos s\pi\sin\frac{sk\pi}{2} =$$
$$= -\sin\frac{k\pi}{2} + \sin\frac{2k\pi}{2} - \ldots - \cos n\pi\sin\frac{n-1}{2}$$

mit $2\cos\frac{k\pi}{4}$, so ist:

$$-2\sin\frac{k\pi}{2}\cos\frac{k\pi}{4} = -\sin\frac{3k\pi}{4} - \sin\frac{k\pi}{4}$$
$$+2\sin\frac{2k\pi}{2}\cos\frac{k\pi}{4} = +\sin\frac{5k\pi}{4} + \sin\frac{3k\pi}{4}$$
$$\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots$$
$$-2\cos n\pi\sin\frac{n-1}{2}k\pi\cos\frac{k\pi}{4} = -\left(\sin\frac{2n-1}{4}k\pi + \sin\frac{2n-3}{4}k\pi\right)$$

$$2S_2\cos\frac{k\pi}{4} = -\sin\frac{k\pi}{4} - \cos n\pi\sin\frac{2n-1}{4}k\pi.$$

Es ist daher:

$$-S_1\sin k\alpha' + S_2\cos k\alpha' = \frac{\sin k\alpha'}{2} - \frac{tg\frac{k\pi}{4}\cdot\cos k\alpha'}{2} +$$
$$+ \frac{\cos n\pi\sin k\left(\alpha' - \frac{2n-1}{4}\right.}{2\cos\frac{k\pi}{4}}$$

Folglich ist:

$$I(1-k^2) = p\left[-\left\{\cos\left(\frac{n\pi}{2} + \alpha'\right) + \sin\left(\frac{n\pi}{2} + \alpha'\right)\right\} +\right.$$
$$\left. + \left(1 - \frac{tg\frac{k\pi}{4}}{k}\right)\cos k\alpha' + \frac{\cos n\pi\sin k\left(\alpha' - \frac{2n-1}{4}\right.}{k\cos\frac{k\pi}{4}}\right.$$

iren wir nun für α' allgemein α ein, so ist:

$$= \psi_0' \frac{1}{k} \sin k\alpha + \psi_0 \cos k\alpha +$$
$$+ \frac{p}{1-k^2}\left[-\left\{\cos\left(\frac{n\pi}{2}+\alpha\right)+\sin\left(\frac{n\pi}{2}+\alpha\right)\right\}+\right.$$
$$\left.+\left(1-\frac{tg\,\frac{k\pi}{4}}{k}\cos k\alpha+\frac{\cos n\pi\,\sin k\left(\alpha-\frac{2n-1}{4}\pi\right)}{k\cos\frac{k\pi}{4}}\right)\right].$$

Diese Formel für ψ_α hat in ihrer Anwendung zwei Ausnahmefälle, für

1) $1-k^2=0$, also:

$$k=1$$

2) $\cos\frac{k\pi}{4}=0$, also:

$$k=2m \text{ (m eine ungerade Zahl)}$$

1) $k=1$.

Hierfür ist nicht nur der Nenner $1-k^2$, sondern, wie man sich durch ısetzen dieses Werthes leicht überzeugen kann, auch der Zähler von I ich Null.

I nimmt also den unbestimmten Werth $\frac{0}{0}$ an.

Setzen wir $1-k^2=Q$ und den Zähler gleich P, so haben wir

$$\frac{\frac{dP}{dk}}{\frac{dQ}{dk}}$$

bilden und in dem so entstandenen neuen Quotienten $k=1$ zu setzen.

Es ist:

$$\frac{P}{Q} = -\frac{1}{2k}\cdot p\left\{-\alpha\sin k\alpha\left(1-\frac{tg\,\frac{k\pi}{4}}{k}\right)-\right.$$
$$\left.-\cos k\alpha\,\frac{\frac{\frac{k\pi}{4}}{\cos^2\frac{k\pi}{4}}-tg\,\frac{k\pi}{4}}{k^2}+\right.$$

$$+\frac{\cos n\pi}{k^2\cos^2\frac{k\pi}{4}}\left[\left(\alpha-\frac{2n-1}{4}\pi\right)\cos k\left(\alpha-\frac{2n-1}{4}\pi\right)k\cdot\cos\frac{k\pi}{4}\right.$$

$$\left.-\left(\cos\frac{k\pi}{4}-\frac{k\pi}{4}\sin\frac{k\pi}{4}\right)\sin k\left(\alpha-\frac{2n-1}{4}\pi\right)\right.$$

Setzt man nun $k=1$, zerlegt $\alpha-\frac{2n-1}{4}\pi$ jedesmal in $\left(\alpha-\right.$

$+\frac{\pi}{4}$, entwickelt den Cosinus und Sinus der Bögen und bedenkt, dass

$$\cos\frac{\pi}{4}=\sin\frac{\pi}{4}=\sqrt{\frac{1}{2}};\quad\text{und dass:}$$

$$tg\frac{\pi}{4}=1,$$

so ist für den Fall, dass:

$$k=1:$$

$$I=p\left\{\left(\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}\right)\cos\alpha+\cos n\pi\left[\left(\frac{1}{2}-\frac{\alpha}{2}+\frac{n-1}{4}\pi\right)\cos\left(\frac{n\pi}{2}-\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.-\left(\frac{1}{2}+\frac{\alpha}{2}-\frac{n\pi}{4}\right)\sin\left(\frac{n\pi}{4}-\right.\right.\right.$$

welchen Werth wir in den Ausdruck für ψ_α einzusetzen haben.

2) $k=2m$ (m ungerade).

In diesem Fall ist:

$$\left(1-\frac{tg\frac{k\pi}{4}}{k}\right)\cos k\alpha+\cos n\pi\,\frac{\sin k\left(\alpha-\frac{2n-1}{4}\pi\right)}{k\cos\frac{k\pi}{4}}=$$

$$=\frac{1}{2m\cos\frac{m\pi}{2}}\left[2m\cos\frac{m\pi}{2}\cos 2m\alpha-\sin\frac{m\pi}{2}\cos 2m\alpha+\right.$$

$$\left.+\cos n\pi\left\{\sin 2m\alpha\cos\frac{m(2n-1)}{2}\pi-\cos 2m\alpha\sin\frac{m(2n-1)}{2}\right.\right.$$

Da m ungerade, so ist:

$$\cos\frac{m\pi}{2}=0;\quad\cos\frac{m(2n-1)}{2}\pi=0,$$

$$\sin\frac{m(2n-1)}{2}\pi=\sin\left(mn\pi-\frac{m\pi}{2}\right)=-\cos n\pi\sin\frac{m\pi}{2};$$

olglich ist obiger Ausdruck gleich:

$$\frac{-\sin\frac{m\pi}{2}\cos 2m\alpha + \sin\frac{m\pi}{2}\cos 2m\alpha}{2m\cos\frac{m\pi}{2}} = \frac{0}{0}.$$

Wir gehen um für diesen Fall einen bestimmten Ausdruck für I zu nden, auf die Form zurück:

$$(1-k^2) = p\left[-\left\{\cos\left(\frac{n\pi}{2}+\alpha\right)+\sin\left(\frac{n\pi}{2}+\alpha\right)\right\}+\cos k\alpha - \right.$$

$$-\frac{1}{k}\sin k\alpha - \frac{2}{k}\sin k\alpha \sum_{s=1}^{s=n-1}\cos s\pi\cos\frac{ks\pi}{2} +$$

$$\left. + \frac{2}{k}\cos k\alpha\sum_{s=1}^{s=n-1}\cos s\pi\sin\frac{ks\pi}{2}\right].$$

Ist nun

$$k = 2m, \text{ so ist:}$$

$$\sin(ms\pi) = 0$$

$$\cos(ms\pi) = \cos(s\pi + (m-1)s\pi) = \cos s\pi,$$

a m ungerade, also $m-1$ gerade; folglich ist:

$$\sum_{s=1}^{s=n-1}\cos s\pi\cos\frac{ks\pi}{2}\sum_{s=1}^{s=n-1}(\cos s\pi)^2 = n-1.$$

Folglich ist für

$$k = 2m \ (m \text{ ungerade})$$

$$= \frac{p}{1-4m^2}\left[-\left\{\cos\left(\frac{n\pi}{2}+\alpha\right)+\sin\left(\frac{n\pi}{2}+\alpha\right)\right\}+\cos 2m\alpha\right.$$

$$\left. - \frac{2n-1}{2m}\sin 2m\alpha\right].$$

Discussion der Gleichung für das Wanken.

Die allgemeine Form der Gleichung für das Wanken war:

$$= \psi_0'\frac{1}{k}\sin k\alpha + \psi_0\cos k\alpha + \frac{p}{1-k^2}\left[-\left\{\cos\left(\frac{n\pi}{2}+\alpha\right)+\right.\right.$$

$$\left.\left. + \sin\left(\frac{n\pi}{2}+\alpha\right)\right\}+\left(1-\frac{tg\frac{k\pi}{4}}{k}\right)\cos k\alpha + \frac{\cos n\pi\sin k\left(\alpha-\frac{2n-1}{4}\pi\right)}{k\cos\frac{k\pi}{4}}\right].$$

Aus derselben ersehen wir, dass das Wanken aus mehreren periodisch Bewegungen zusammengesetzt ist.

Der erste Bestandtheil:

$$\psi_0' \frac{1}{k} \sin k\alpha + \psi_0 \cos k\alpha$$

sind die Schwankungen, welche die Locomotive gewissermaassen aus d. früheren Perioden überliefert bekommt, und welchen der auf den Fed. ruhende Bau auch unterworfen wäre, wenn die Locomotive sich vom B. ginn des Beharrungszustandes als träge Masse auf den Schienen fo. bewegen würde.

Wir nennen diese Schwingungen „Grundschwingungen".

Dieselben sind, wie wir sehen, abhängig von:

$$\psi_0,\ \psi_0',\ k \text{ und } \alpha.$$

Es war:

$$k^2 = 2\,\frac{\varepsilon^2(f_1 + f_2 + \cdots + f_n)}{A\omega^2}.$$

A ist das Trägheitsmoment in Bezug auf die Längsaxe. Um uns annäh. rungsweise eine Vorstellung zu machen, in welcher Weise diese Schwi. gungen von den Constructionstheilen und deren Anordnung abhänge. denken wir uns die ganze Masse des auf den Federn ruhenden Bau. ersetzt durch einen vollen Cylinder von dem Durchmesser und der Lä. des Kessels, dessen Masse eine durchgehend homogene ist, und dess. geometrische Axe mit der obigen Längsaxe zusammenfällt; dann könn. wir, wenn d_1 der Durchmesser des Kessels ist, angenähert setzen:

$$A = \frac{d_1^2}{8} \cdot \frac{G}{g}.$$

Ferner ist, wenn:

V die Fahrgeschwindigkeit der Locomotive, und

D der Durchmesser der Triebräder:

$$\omega = \frac{2V}{D}.$$

Endlich ist, wenn für die Ruhelage alle Federn um gleich viel, n. zwar um

s^{met}

zusammengedrückt sind:

$$f_1 + f_2 + \cdots + f_n = \frac{G}{2s}.$$

TRANSPORTATION

Damit erhalten wir:

$$k^2 = \frac{2\varepsilon^2 \frac{G}{2s}}{\frac{d_1^2}{8} \cdot \frac{G}{g} \cdot \frac{4V^2}{D^2}};$$

ler:

$$k^2 = \frac{2g}{s} \cdot \left(\frac{\varepsilon}{d_1}\right)^2 \left(\frac{D}{V}\right)^2.$$

Die Grösse des Winkels α_1, welchen die Kurbel während einer vollständigen Grundschwingung zurücklegt, erhält man, wenn man setzt:

$$k\alpha_1 = 2\pi; \text{ folglich:}$$

$$\alpha_1 = \frac{2\pi}{k}.$$

Ist T die Zeit einer Grundschwingungsdauer, so ist obiges:

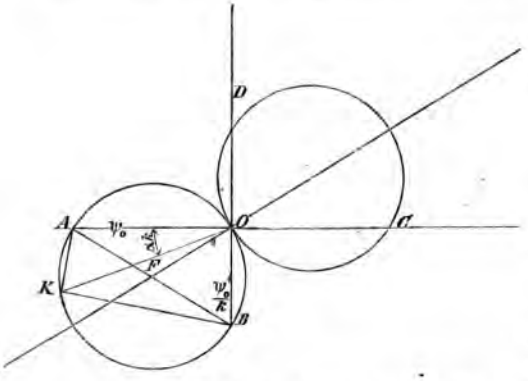
$$\alpha_1 = \omega T; \text{ folglich:}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega k} = \frac{2\pi D}{2Vk} = \frac{\pi D}{Vk} = \pi \frac{d_1}{\varepsilon} \sqrt{\frac{s}{2g}}.$$

Die Schwingungsdauer der Grundschwingungen wird demnach klein, enn:

1) s klein, d. h.
   wenn die Federn starr sind
2) wenn $\frac{d_1}{\varepsilon}$ klein ist, d. h.
   wenn die Federn weit nach aussen stehen.

Man kann sich durch graphische Darstellung diese Schwingungen veranschaulichen.



Wenn in beistehender Figur

$$OA = OC = \psi_0;$$

$$OD = OB = \frac{\psi_0'}{k};$$

ferner $DB \perp AC$, und

$$\angle\ AOK = \alpha k,$$

so ist, da in dem Kreisviereck $AOBK$:

$$AB \,.\, OK = AO \,.\, BK + AK \,.\, OB, \text{ oder:}$$

TRANSPORTATION

Danach ist es vortheilhaft:

1) e möglichst klein zu machen; d. h. die Cylinder der beiden Maschinen möglichst nahe an einander zu legen.

2) $\frac{r}{L}$, d. h. das Verhältniss des Kurbelradius zur Schubstangenlänge möglichst klein zu wählen.

Setzen wir ferner:

$$\omega = \frac{2V}{D}; \quad A = \frac{{d_1}^2}{8} \cdot \frac{G}{g};$$

$$P = \frac{\pi}{8} \cdot \frac{D}{r} \cdot W \text{ (pag. 47)}$$

it:

$$\frac{p}{1-k^2} = \frac{\frac{\pi}{8}\frac{e}{L} \cdot D \cdot W \cdot \frac{D^2}{4V^2} \cdot \frac{8}{{d_1}^2}\frac{g}{G}}{1 - \frac{2g}{s}\left(\frac{\varepsilon}{d_1}\right)^2 \frac{D^2}{V^2}}.$$

Bezeichnen wir:

$$\frac{\pi}{{d_1}^2}\frac{e}{L}\frac{W}{G}\frac{g}{4V^2} = a, \text{ und:}$$

$$\frac{2g}{s}\left(\frac{\varepsilon}{d_1}\right)^2 \frac{1}{V^2} = b, \text{ so ist:}$$

$$\frac{p}{1-k^2} = \frac{aD^3}{1-bD^2}.$$

Um den Triebraddurchmesser zu bestimmen, welcher $\frac{p}{1-k^2}$ zu einem imum macht, differenziren wir den Ausdruck:

$$\frac{D^3}{1-bD^2}$$

i D, und setzen die Derivirte gleich Null

$$\frac{3D^2(1-bD^2) + D^3 . 2bD}{(1-bD^2)^2} = 0; \text{ oder:}$$

$$3 - bD^2 = 0; \text{ folglich:}$$

$$D = \sqrt{\frac{3}{b}}; \text{ oder:}$$

$$D = \frac{d_1}{\varepsilon} V \sqrt{\frac{3s}{2g}}.$$

Setzt man hierin die aus der Praxis entnommenen Mittelwerth

$$\frac{d_1}{\varepsilon} = 2\,; \quad \varepsilon = 0{,}04^{m}$$

ein, so bestimmt sich der vortheilhafteste Triebraddurchmesser:

$$D = 0{,}156\ V.$$

Es ist somit für:

$V =$	16^{m}	14^{m}	12^{m}	10^{m}	8^{m}	6^{m}
$D =$	$2{,}5^{m}$	$2{,}184^{m}$	$1{,}872^{m}$	$1{,}56^{m}$	$1{,}25^{m}$	$0{,}936^{m}$

worin V die Fahrgeschwindigkeit in Metern pro Secunde ist, mit w die Locomotive zu laufen bestimmt ist.

Man glaubte früher nach den theoretischen Untersuchunge Redtenbacher, dass die wankenden Bewegungen einen bedenk Character annehmen könnten, wenn $k^2 = 1$ würde, da in dies nach den Rechnungsresultaten von Redtenbacher die Grösse der S kungen proportional der Zeit zunahm. Redtenbacher hat jedoch schon Zech in der Zeitschrift des österreichischen Ingenieurverein Jahr 1857 und Zeuner in dem Programm des eidgenössischen Polyt cum's pro $18^{61}/_{62}$ hervorgehoben haben, bei seinen Entwicklunge Versehen gemacht, dass er die Wirkung der Kräfte in einem Quadr untersuchte, und sie als für alle gültig in die Rechnung allgemein ein

Nimmt man, wie in der obigen Entwicklung geschehen ist, a Veränderung in der Wirkung der Kräfte für die verschiedenen Quadr Rücksicht, so ersieht man, dass für $k^2 = 1$ gar keine Gefährlichk für die Bewegungen der Locomotive eintreten, sondern dass das ψ u ersten Ausnahmefalles

$$\psi = \psi_0' \sin\alpha + \psi_0 \cos\alpha + p\left\{\left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\right)\cos\alpha + \right.$$

$$+ \cos n\pi\left[\left(\frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2} + \frac{n-1}{4}\pi\right)\cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) - \right.$$

$$\left. - \left(\frac{1}{2} + \frac{\alpha}{2} - \frac{n\pi}{4}\right)\sin\left(\frac{n\pi}{2} - \right.\right.$$

ein ebenso periodisch veränderliches geblieben ist, als es sich in de gemeinen Ausdruck darstellte, und durchaus nicht proportional mit d der Zeit zunimmt, da

$$\frac{\alpha}{2} - \frac{n-1}{4}\pi$$

TRANSPORTATION

Anfang bis zu Ende eines jeden Quadranten von 0 bis $\frac{\pi}{4}$ zunimmt, und:

$$-\frac{\alpha}{2}+\frac{n\pi}{4}$$

end desselben Intervalls jedesmal von $\frac{\pi}{4}$ bis 0 abnimmt, beide Coeffi-

en also niemals grösser als $\frac{\pi}{4}$ werden können.

R tenbacher schloss aus dem von ihm aufgestellten Satz, dass $^2 = 1$ die Schwankungen bedenklich werden könnten, dass es für Locomotive eine sogenannte gefährliche Geschwindigkeit gäbe, deren e durch eine passende Wahl von D so hoch zu treiben ist, dass sie irklichkeit nicht mehr vorkomme.

Unser zweiter Ausnahmefall, bei dem

$$k = 2m \ (m \text{ ungerade})$$

uns nun, dass es für jede Locomotive nicht nur eine, sondern un-ch viele sogenannte gefährliche Geschwindigkeiten giebt, nämlich für:

$$k = 2,\ 6,\ 10\ldots$$

edesmal, wenn k gleich dem Doppelten einer ungeraden Zahl ist.

Es war für diesen Fall:

$$\psi_0'\frac{1}{2m}\sin 2m\alpha+\psi_0\cos 2m\alpha+\frac{p}{1-4m^2}\left[-\left\{\cos\left(\frac{n\pi}{2}+\alpha\right)+\right.\right.$$
$$\left.\left.+\sin\left(\frac{n\pi}{2}+\alpha\right)\right\}+\cos 2m\alpha-\frac{2n-1}{2m}\sin 2m\alpha\right].$$

Das Glied $\frac{p}{1-4m^2}\cdot\frac{2n-1}{2m}\sin 2m\alpha$ wird bei gleichmässig wachsen-

α zwar auch in regelmässig sich wiederholenden Intervallen gleich werden, entsprechend dem Factor $\sin 2m\alpha$, doch wird, da n mit α st, innerhalb dieser Intervalle der Maximalwerth dieses Gliedes von rant zu Quadrant immer grössere Werthe annehmen, und werden somit chwankungen anfangen, einen bedenklichen Character zu erhalten.

Damit dies nun nicht bei dem Beharrungszustand der Locomotive eten kann, ist es am sichersten, den Werth von k so einzurichten, er für die Fahrgeschwindigkeit V_0, mit welcher die Locomotive zu n bestimmt ist, kleiner ist als 2; es muss also:

$$k^2=\frac{2g}{s}\left(\frac{\varepsilon}{d_1}\right)^2\frac{D^2}{V_0^{\,2}}<4,$$

wenn wir dieser Bedingung durch eine passende Wahl des Triebrad-messers entsprechen wollen:

$$D < V_0 \frac{d_1}{\varepsilon} \sqrt{2 \frac{s}{g}}.$$

Setzen wir hierin wieder:

$$\frac{d_1}{\varepsilon} = 2; \quad s = 0{,}04^{m},$$

so muss:

$$D < 0{,}18\, V_0 \text{ sein}$$

also für:

$V_0 =$	16^{m}	14^{m}	12^{m}	10^{m}	8^{m}
$D <$	$2{,}88^{m}$	$2{,}52^{m}$	$2{,}16^{m}$	$1{,}8^{m}$	$1{,}44^{m}$

Wir ersehen aus:

$$k^2 = \frac{2g}{s}\left(\frac{\varepsilon}{d_1}\right)^2\left(\frac{D}{V}\right)^2,$$

dass k^2 desto grösser, je kleiner V. Wenn daher V zuni
zu der der betreffenden Locomotive zukommenden Fahrg
d. h. wenn wir den Zustand der Locomotive betrachten v
des Abfahrens bis zum Eintritt des Beharrungszustandes.
Werthe durchlaufen von ∞ bis zu einem Werth, der klei
und hat somit die Locomotive während dieses Vorganges jede
endlich vielen gefährlichen Geschwindigkeiten einmal angenor
k zu dem Doppelten einer beliebigen ungeraden Zahl macht.

Der Einfluss jedoch aller dieser gefährlichen Geschwindi
hier in keiner Weise bemerkbar sein, da derselbe nur bei ei
Dauer bedenklich werden kann.

Wir sehen daher, dass, wenn wir durch eine passen
Grösse von D für $V = V_0$

$$k < 2$$

gemacht haben, wir von keiner gefährlichen Geschwindigk
fürchten haben.

Giebt diese Grenze für D einen zu kleinen und practisch
Werth, so können wir auch die grösste der gefährlichen Gesch
höher treiben als die normale Fahrgeschwindigkeit der Locon
jedoch noch grösser sein lassen, als alle übrigen unendlich vi
lichen Geschwindigkeiten, so dass:

$$4 < k^2 < 36, \text{ oder:}$$

$$4 < \frac{2g}{s}\left(\frac{\varepsilon}{d_1}\right)^2 \frac{D^2}{V^2} < 36; \text{ oder:}$$

TRANSPORTATION

$$\frac{d_1}{\varepsilon} = 2, \text{ und}$$

$$s = \overset{m}{0{,}04}:$$

$$0{,}18\,V_0 < D < 3 \,.\, 0{,}18\,V_0.$$

Das Nicken und Wogen.

beiden Differentialgleichungen für das Nicken und Wogen lauteten:

$$= 2\zeta(f_1\Delta_1 + \ldots + f_n\Delta_n) - 2\varphi(f_1\Delta_1^{\,2} + \ldots + f_n\Delta_n^{\,2})$$

$$- Pr\left\{\cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right)\right\}\left\{\frac{\Delta_r - L}{L} + \frac{2h}{D}\right\} +$$

$$+ P\,\frac{r^2}{LD}\,(D - 2h)\cos\frac{n\pi}{2}\sin 2\alpha + h_1\,\frac{8\,Pr}{D\pi};$$

$$= -2\zeta(f_1 + f_2 + \ldots + f_n) + 2\varphi(\Delta_1 f_1 + \ldots + \Delta_n f_n) +$$

$$+ P\,\frac{r}{L}\left\{\cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right)\right\}.$$

ir führen statt der Variabeln t wieder den veränderlichen Kurbel- ein, setzen also, wenn ω die während des Beharrungszustandes te Winkelgeschwindigkeit der Triebwelle ist:

$$\omega t = \alpha, \text{ und somit:}$$

$$\frac{1}{dt} = \frac{\omega}{d\alpha}.$$

erner bezeichnen wir:

$$\frac{{}_1f_1 + \ldots + \Delta_n f_n)}{B\omega^2} = m_1; \quad \frac{2\,(\Delta_1^{\,2}f_1 + \ldots + \Delta_n^{\,2}f_n)}{B\omega^2} = n_1;$$

$$-\frac{Pr}{B\omega^2}\left\{\frac{\Delta_r - L}{L} + \frac{2h}{D}\right\} = p_1; \quad \frac{Pr^2}{DBL\omega^2}\,(D - 2h) = q_1$$

$$\frac{8h_1\,Pr}{BD\pi\omega^2} = c;$$

$$\left\{\cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right)\right\} + q_1\cos\frac{n\pi}{2}\sin 2\alpha = \overset{\text{I}}{f}(\alpha);$$

$$\frac{f_1 + f_2 + \ldots + f_n)}{M\omega^2} = m_2; \quad \frac{2\,(f_1\Delta_1 + \ldots + f_n\Delta_n)}{M\omega^2} = n_2;$$

$$\frac{rP}{\omega^2 LM} = p_2;$$

$$p_2 \left\{ \cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) \right\} = \overset{\text{II}}{f}(\alpha),$$

so lauten die beiden Gleichungen für das Nicken und Wogen:

$$\frac{d^2\varphi}{d\alpha^2} = m_1\zeta - n_1\varphi + \overset{\text{I}}{f}(\alpha) - c$$

$$\frac{d^2\zeta}{d\alpha^2} = -m_2\zeta + n_2\varphi + \overset{\text{II}}{f}(\alpha).$$

Setzt man:

$$\varphi = \varphi_1 + c\,\frac{m_2}{m_1 n_2 - n_1 m_2} \quad \text{und}$$

$$\zeta = \zeta_1 + c\,\frac{n_2}{m_1 n_2 - n_1 m_2}; \text{ so ist:}$$

$$(1) \ldots\ldots\ldots\ldots \frac{d^2\zeta_1}{d\alpha^2} + m_2\zeta_1 - n_2\varphi_1 = \overset{\text{II}}{f}(\alpha);$$

$$(2) \ldots\ldots\ldots\ldots \frac{d^2\varphi_1}{d\alpha^2} + n_1\varphi_1 - m_1\zeta_1 = \overset{\text{I}}{f}(\alpha).$$

Wir multipliciren die Gleichung (1) mit λ, die Gleichung (2) mit μ, ad sie, und setzen:

$$\lambda\zeta_1 + \mu\varphi_1 = U:$$

$$\begin{array}{l|l} \dfrac{d^2\zeta_1}{d\alpha^2} + m_2\zeta_1 - n_2\varphi_1 = \overset{\text{II}}{f}(\alpha) & \lambda \\ \dfrac{d^2\varphi_1}{d\alpha^2} + n_1\varphi_1 - m_1\zeta_1 = \overset{\text{I}}{f}(\alpha) & \mu \end{array}$$

$$\frac{d^2U}{d\alpha^2} + (m_2\lambda - m_1\mu)\,\zeta_1 + (n_1\mu - n_2\lambda)\,\varphi_1 = \lambda\,\overset{\text{II}}{f}(\alpha) + \mu\,\overset{\text{I}}{f}(\alpha)$$

Nun führen wir eine Constante k so ein, dass:

$$(\text{I}) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \begin{cases} m_2\lambda - m_1\mu = k^2\lambda \text{ und} \\ n_1\mu - n_2\lambda = k^2\mu \end{cases}$$

so bestimmt sich k^2 aus der Determinante:

$$(\text{II}) \ldots\ldots\ldots\ldots \begin{vmatrix} m_2 - k^2 & -m_1 \\ -n_2 & n_1 - k^2 \end{vmatrix} = 0.$$

Nennen wir endlich:

$$\lambda\,\overset{\text{II}}{f}(\alpha) + \mu\,\overset{\text{I}}{f}(\alpha) = F(\alpha), \text{ so ist:}$$

$$(\text{III}) \ldots\ldots\ldots\ldots \frac{d^2U}{d\alpha^2} + k^2U = F(\alpha).$$

Die Gleichung (II) ist vom zweiten Grade in Bezug auf k^2, und erben sich daher 2 Werthe, welche wir bezeichnen wollen mit:

$$k_1^{\,2} \text{ und } k_2^{\,2}.$$

mit erhalten wir auch zwei Gleichungen (III):

a) . . . . . $\dfrac{d^2U}{d\alpha^2} + k_1^{\,2}U = F(\alpha)$, und

b) . . . . . $\dfrac{d^2U}{d\alpha^2} + k_2^{\,2}U = F(\alpha)$.

Aus IIIa) bestimme sich:

$$U = U_1;$$

IIIb):

$$U = U_2.$$

Wenn wir ebenso die beiden aus (II) erhaltenen Werthe von k^2, nlich $k_1^{\,2}$ und $k_2^{\,2}$, in Gleichung (I) einführen, so erhalten wir:

. . . . . $\begin{cases} \lambda(m_2 - k_1^{\,2}) - m_1\mu = 0 \\ -\lambda n_2 + (n_1 - k_1^{\,2})\mu = 0 \end{cases}$

. . . . . $\begin{cases} \lambda(m_2 - k_2^{\,2}) - m_1\mu = 0 \\ -\lambda n_2 + (n_1 - k_2^{\,2})\mu = 0. \end{cases}$

Ia) bestimmt sich:

$$\frac{\lambda}{\mu} = \frac{m_1}{m_2 - k_1^{\,2}};$$

wir setzen:

$$\lambda_1 = am_1; \quad \mu_1 = a(m_2 - k_1^{\,2})$$

a eine beliebige Constante ist.

Aus Ib) bestimmt sich:

$$\frac{\lambda}{\mu} = \frac{m_1}{m_2 - k_2^{\,2}};$$

setzen wir:

$$\lambda_2 = am_1; \quad \mu_2 = a(m_2 - k_2^{\,2}).$$

Setzen wir nun die entsprechenden Werthe von:

$$\lambda_1, \mu_1, U_1, \text{ resp. } \lambda_2, \mu_2, U_2$$

ie Gleichung:

$$\lambda\zeta_1 + \mu\varphi_1 = U$$

so ergeben sich die beiden Gleichungen:

. . . . . $\begin{cases} m_1\zeta_1 + (m_2 - k_1^{\,2})\varphi_1 = \dfrac{U_1}{a} \\ m_1\zeta_1 + (m_2 - k_2^{\,2})\varphi_1 = \dfrac{U_2}{a}. \end{cases}$

Hieraus können wir φ_1 und ζ_1 entwickeln, und wären somi beiden Differentialgleichungen nach φ_1 und ζ_1 gelöst.

Vor Allem ist es nun unsere Aufgabe:

$$\frac{U_1}{a} \text{ und } \frac{U_2}{a}$$

zu berechnen, und schreiten wir somit allgemein zur Lösung der Glei

$$\frac{d^2U}{d\alpha^2} + k^2U = F(\alpha).$$

Die den Ausdrücken U_1 und U_2 entsprechenden störenden Beweg der Locomotive wollen wir als „gaukelnde“ bezeichnen.

Nach Analogie der Gleichung für das Wanken ist:

$$U_{\alpha'} = U_0' \frac{1}{k} \sin k\alpha' + U_0 \cos k\alpha' + \int_0^{\alpha'} F(\alpha) \frac{\sin k(\alpha' - \alpha)}{k} d\alpha.$$

Es war:

$$F(\alpha) = (\lambda p_2 + \mu p_1) \left\{ \cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) \right\} +$$

$$+ q_1\mu \cos \frac{n\pi}{2}$$

Wir bezeichnen:

$$\lambda p_2 + \mu p_1 = \varrho; \quad q_1\mu = \sigma,$$

und nennen:

$$\varrho \left\{ \cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) \right\} = \varphi(\alpha)$$

und:

$$\sigma \cos \frac{n\pi}{2} \sin 2\alpha = \psi(\alpha).$$

Es ist nun wieder:

$$\frac{\sin k(\alpha' - \alpha)}{k} = v; \text{ und}$$

zerlegen wir:

$$\int_0^{\alpha'} F(\alpha)\, v\, d\alpha \text{ in:}$$

$$\int_0^{\alpha'} \varphi(\alpha)\, v\, d\alpha + \int_0^{\alpha'} \psi(\alpha)\, v\, d\alpha.$$

Entsprechend den obigen Entwicklungen (pag. 52) ist auch hie

$$\frac{d^2v}{d\alpha^2} + k^2v = 0 \quad | \quad \varphi(\alpha)\, d\alpha:$$

$$\int_0^{\alpha'} \frac{d^2v}{d\alpha^2}\,\varphi(\alpha)\,d\alpha + k^2\int_0^{\alpha'}\varphi(\alpha)\,v\,d\alpha = 0.$$

sei:

$$\int_0^{\alpha'} v\,.\,\varphi(\alpha)\,d\alpha = I.$$

egriren wir das erste Glied zwei Mal theilweise, so ist:

$$k^2 I = \left[\varphi(\alpha)\,\frac{dv}{d\alpha} - \varphi'(\alpha)\,v\right]_{\alpha=\alpha'} - \left[\varphi(\alpha)\,\frac{dv}{d\alpha} - \varphi'(\alpha)\,v\right]_{\alpha=0} +$$

$$+\int_0^{\alpha'}\varphi''(\alpha)\,v\,d\alpha - \sum_0^{\alpha'}\text{Sprunghöhen von }\left[\varphi(\alpha)\,\frac{dv}{d\alpha} - \varphi'(\alpha)\,v\right].$$

$$\varphi(\alpha) = \varrho\left\{\sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right)\right\}$$

$$\varphi'(\alpha) = \varrho\left\{\sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) - \cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right)\right\}$$

$$\varphi''(\alpha) = -\varrho\left\{\sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right)\right\} = -\varphi(\alpha).$$

Ferner ist:

$$v_{\alpha=\alpha'} = 0; \quad v_{\alpha=0} = \frac{1}{k}\sin k\alpha';$$

$$\left(\frac{dv}{d\alpha}\right)_{\alpha=\alpha'} = -1; \quad \left(\frac{dv}{d\alpha}\right)_{\alpha=0} = -\cos k\alpha'.$$

Ferner ist:

für $\alpha = 0$: $n = 1$; folglich:

h: $$\cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) = 0; \quad \sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) = 1.$$

Folglich ist:

$$-k^2) = -\varrho\left\{\cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha'\right) + \sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha'\right)\right\} + \varrho\cos k\alpha' +$$

$$+\frac{\varrho}{k}\sin k\alpha' - \sum_{\alpha=0}^{\alpha=\alpha'}\text{Sprunghöhen von }\left[\varphi(\alpha)\,\frac{dv}{d\alpha} - \varphi'(\alpha)\,v\right].$$

vohl v als $\frac{dv}{d\alpha}$ sind wieder stetig von $\alpha = 0$ bis $\alpha = \alpha'$.

$\varphi(\alpha)$ und $\varphi'(\alpha)$ sind jedenfalls stetig in den Intervallen von $\alpha = \frac{n-1}{2}\pi$

bis $\frac{n\pi}{2}$; überschreitet α den Werth $\frac{n\pi}{2}$, so hat man für n: $n+1$ setzen, und kann somit auf der Grenze, wo $\alpha = \frac{n\pi}{2}$ ist, eine Unstetigkeit für $\varphi(\alpha)$ resp. $\varphi'(\alpha)$ eintreten.

Wir bezeichnen wieder die Endwerthe der $\varphi(\alpha)$ und $\varphi'(\alpha)$ für das Intervall von $\alpha = \frac{n-1}{2}\pi$ bis $\frac{n\pi}{2}$ mit:

$$\varphi\left(\frac{n\pi}{2} - 0\right) \text{ und } \varphi'\left(\frac{n\pi}{2} - 0\right);$$

ebenso die entsprechenden Anfangswerthe mit:

$$\varphi\left(\frac{n-1}{2}\pi + 0\right) \text{ und } \varphi'\left(\frac{n-1}{2}\pi + 0\right).$$

Diese Werthe erhalten wir, wenn wir in obigen Ausdrücken für α und $\varphi'(\alpha)$:

$$\alpha = \frac{n\pi}{2} \text{ resp. } \frac{n-1}{2}\pi \text{ setzen:}$$

$$\varphi\left(\frac{n\pi}{2} - 0\right) = \varrho;$$

$$\varphi'\left(\frac{n\pi}{2} - 0\right) = -\varrho;$$

$$\varphi\left(\frac{n-1}{2}\pi + 0\right) = \varrho;$$

$$\varphi'\left(\frac{n-1}{2}\pi + 0\right) = +\varrho.$$

Für das nächste Intervall erhält man diese Werthe, wenn man für n: $n+1$ setzt; somit:

$$\varphi\left(\frac{n\pi}{2} + 0\right) = \varrho;$$

$$\varphi'\left(\frac{n\pi}{2} + 0\right) = +\varrho; \text{ so dass:}$$

$$\varphi\left(\frac{n\pi}{2} + 0\right) - \varphi\left(\frac{n\pi}{2} - 0\right) = 0;$$

$$\varphi'\left(\frac{n\pi}{2} + 0\right) - \varphi'\left(\frac{n\pi}{2} - 0\right) = 2\varrho.$$

Folglich ist:

$$\sum_{\alpha=0}^{\alpha=\alpha'} \text{Sprunghöhen von } \left[\varphi(\alpha)\frac{dv}{d\alpha} - \varphi'(\alpha)v\right]$$

TRANSPORTATION

$$= -\sum_{s=1}^{s=n-1} v_{\left(\alpha=\frac{s\pi}{2}\right)} \left[\varphi'\left(\frac{s\pi}{2}+0\right)-\varphi'\left(\frac{s\pi}{2}-0\right)\right]$$

$$= -2\varrho \sum_{s=1}^{s=n-1} \frac{\sin k\left(\alpha'-\frac{s\pi}{2}\right)}{k}$$

$$= -\frac{2\varrho}{k}\left\{\sin k\alpha' \sum_{s=1}^{s=n-1}\cos\frac{ks\pi}{2} - \cos k\alpha' \sum_{s=1}^{s=n-1}\sin\frac{ks\pi}{2}\right\}.$$

Wir setzen:

$$S_1 = \sum_{s=1}^{s=n-1}\cos\frac{sk\pi}{2} = \cos\frac{k\pi}{2} + \cos\frac{2k\pi}{2} + \ldots + \cos\frac{n-1}{2}k\pi;$$

ıd multipliciren S_1 mit

$$2\sin\frac{k\pi}{4},$$ so ist:

$$\begin{aligned}
2\cos\frac{k\pi}{2}\sin\frac{k\pi}{4} &= \sin\frac{3k\pi}{4} - \sin\frac{k\pi}{4}\\
2\cos\frac{2k\pi}{2}\sin\frac{k\pi}{4} &= \sin\frac{5k\pi}{4} - \sin\frac{3k\pi}{4}\\
&\vdots \quad\quad\quad \vdots \quad\quad\quad \vdots\\
2\cos\frac{n-1}{2}k\pi\sin\frac{k\pi}{4} &= \sin\frac{2n-1}{4}k\pi - \sin\frac{2n-3}{4}k\pi
\end{aligned}$$

$$2S_1\sin\frac{k\pi}{4} = -\sin\frac{k\pi}{4} + \sin\frac{2n-1}{4}k\pi.$$

Ferner setzen wir:

$$S_2 = \sum_{s=1}^{s=n-1}\sin\frac{sk\pi}{2} = \sin\frac{k\pi}{2} + \sin\frac{2k\pi}{2} + \ldots + \sin\frac{n-1}{2}k\pi;$$

ıd multipliciren S_2 mit

$$2\sin\frac{k\pi}{4},$$ so ist:

$$\begin{aligned}
2\sin\frac{k\pi}{2}\sin\frac{k\pi}{4} &= -\cos\frac{3k\pi}{4} + \cos\frac{k\pi}{4}\\
2\sin\frac{2k\pi}{2}\sin\frac{k\pi}{4} &= -\cos\frac{5k\pi}{4} + \cos\frac{3k\pi}{4}\\
&\vdots \quad\quad\quad \vdots \quad\quad\quad \vdots\\
2\sin\frac{n-1}{2}k\pi\sin\frac{k\pi}{4} &= -\cos\frac{2n-1}{4}k\pi + \cos\frac{2n-3}{4}k\pi
\end{aligned}$$

$$2\,S_2 \sin\frac{k\pi}{4} = \cos\frac{k\pi}{4} - \cos\frac{2n-1}{4}k\pi\,.$$

Folglich ist:

$$S_1 \sin k\alpha' - S_2 \cos k\alpha' = \frac{1}{2}\sin k\alpha'\left(-1 + \frac{\sin\frac{2n-1}{4}k\pi}{\sin\frac{k\pi}{4}}\right)$$

$$-\frac{1}{2}\cos k\alpha'\left(\operatorname{cotg}\frac{k\pi}{4} - \frac{\cos\frac{2n-1}{4}k}{\sin\frac{k\pi}{4}}\right.$$

Folglich ist:

$$-\sum_{\alpha=0}^{\alpha=\alpha'}\text{Sprunghöhen von}\left[\varphi(\alpha)\,\frac{dv}{d\alpha} - \varphi'(\alpha)\,v\right]$$

$$= -\frac{\varrho}{k}\sin k\alpha' - \frac{\varrho}{k}\cos k\alpha'\operatorname{ctg}\frac{k\pi}{4} + \frac{\varrho}{k}\,\frac{\cos k\left(\alpha' - \frac{2n-1}{4}\pi\right)}{\sin\frac{k\pi}{4}}.$$

Somit:

$$I(1-k^2) = \varrho\left[-\left\{\cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha'\right) + \sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha'\right)\right\} + \right.$$

$$+\left(1 - \frac{\operatorname{ctg}\frac{k\pi}{4}}{k}\right)\cos k\alpha' + \frac{\cos k\left(\alpha' - \frac{2n-1}{4}\right.}{k\sin\frac{k\pi}{4}}$$

Bezeichnen wir ferner

$$\int_0^{\alpha'}\psi(\alpha)\,v\,d\alpha = I',$$

und multipliciren die Gleichung:

$$\frac{d^2v}{d\alpha^2} = -k^2v$$

mit $\psi(\alpha)\,d\alpha$, so erhalten wir:

$$\int_0^{\alpha'}\frac{d^2v}{d\alpha^2}\,\psi(\alpha)\,d\alpha = -k^2I'.$$

Nach einer zweimaligen theilweisen Integration ist sodann:

$$-k^2 I' = \left[\psi(\alpha)\,\frac{dv}{d\alpha} - \psi'(\alpha)\,v\right]_{\alpha=\alpha'} - \left[\psi(\alpha)\,\frac{dv}{d\alpha} - \psi'(\alpha)\,v\right]_{\alpha=0} +$$

$$+\int_0^{\alpha'} \psi''(\alpha)\,v\,d\alpha - \sum_{\alpha=0}^{\alpha=\alpha'} \text{Sprunghöhen von } \left[\psi(\alpha)\,\frac{dv}{d\alpha} - \psi'(\alpha)\,v\right].$$

$$\psi(\alpha) = \sigma\,\cos\frac{n\pi}{2}\,\sin 2\alpha$$

$$\psi'(\alpha) = 2\sigma\,\cos\frac{n\pi}{2}\,\cos 2\alpha$$

$$\psi''(\alpha) = -4\sigma\,\cos\frac{n\pi}{2}\,\sin 2\alpha = -4\,\psi(\alpha)$$

$$v_{\alpha=\alpha'} = 0; \quad \left(\frac{dv}{d\alpha}\right)_{\alpha=\alpha'} = -1.$$

Da für $\alpha = 0$, $n = 1$ ist, und für $n = 1$: $\cos\frac{n\pi}{2} = 0$, so ist:

$$\psi(0) \text{ und } \psi'(0) = 0.$$

Somit:

$$'(4 - k^2) = -\sigma\,\cos\frac{n\pi}{2}\,\sin 2\alpha' - \sum_{\alpha=0}^{\alpha=\alpha'} \text{Sprunghöhen von } \left[\psi(\alpha)\,\frac{dv}{d\alpha} - \right.$$

$$\left. - \psi'(\alpha)\,v\right]$$

$\frac{v}{\alpha}$ und v sind stetig, also haben wir nur noch $\psi(\alpha)$ und $\psi'(\alpha)$ zu unter-
uchen.

Für das Intervall von $\alpha = \frac{n-1}{2}\pi$ bis $\frac{n\pi}{2}$ ist:

$$\psi\left(\frac{n\pi}{2} - 0\right) = 0$$

$$\psi'\left(\frac{n\pi}{2} - 0\right) = 2\sigma\,\cos\frac{n\pi}{2}\,\cos n\pi$$

$$\psi\left(\frac{n-1}{2}\pi + 0\right) = 0$$

$$\psi'\left(\frac{n-1}{2}\pi + 0\right) = 2\sigma\,\cos\frac{n\pi}{2}\,\cos(n-1)\pi$$

$$= -2\sigma\,\cos\frac{n\pi}{2}\,\cos n\pi.$$

Für das nächste Intervall ist:

$$\psi\left(\frac{n\pi}{2} + 0\right) = 0$$

$$\psi'\left(\frac{n\pi}{2} + 0\right) = -2\sigma \cos \frac{n+1}{2}\pi \cos(n+1)\pi$$

$$= +2\sigma \cos \frac{n+1}{2}\pi \cos n\pi.$$

Folglich:

$$\psi\left(\frac{n\pi}{2} + 0\right) - \psi\left(\frac{n\pi}{2} - 0\right) = 0;$$

$$\psi'\left(\frac{n\pi}{2} + 0\right) - \psi'\left(\frac{n\pi}{2} - 0\right) = 2\sigma \cos n\pi \left(\cos \frac{n+1}{2}\pi - \cos \frac{n\pi}{2}\right.$$

Folglich:

$$-\sum_{\alpha=0}^{\alpha=\alpha'} \text{Sprunghöhen von } \left[\psi(\alpha)\frac{dv}{d\alpha} - \psi'(\alpha)\, v\right] =$$

$$= \frac{2\sigma}{k} \sum_{s=1}^{s=n-1} \cos s\pi \left(\cos \frac{s+1}{2}\pi - \cos \frac{s\pi}{2}\right) \sin k\left(\alpha' - \frac{s\pi}{2}\right) =$$

$$= \frac{2\sigma}{k} \left\{ \sin k\alpha' \sum_{s=1}^{s=n-1} \cos s\pi \left(\cos \frac{s+1}{2}\pi - \cos \frac{s\pi}{2}\right) \cos \frac{ks\pi}{2} \right.$$

$$\left. - \cos k\alpha' \sum_{s=1}^{s=n-1} \cos s\pi \left(\cos \frac{s+1}{2}\pi - \cos \frac{s\pi}{2}\right) \sin \frac{ks\pi}{2} \right.$$

$$\cos \frac{s+1}{2}\pi = -\sin \frac{s\pi}{2};$$

$$-\cos s\pi \sin \frac{s\pi}{2} = +\sin \frac{s\pi}{2};$$

$$-\cos s\pi \cos \frac{s\pi}{2} = -\cos \frac{s\pi}{2}; \text{ folglich:}$$

$$-\sum_{\alpha=0}^{\alpha=\alpha'} \text{Sprunghöhen von } \left[\psi(\alpha)\frac{dv}{d\alpha} - \psi'(\alpha)\, v\right] =$$

$$= \frac{2\sigma}{k} \left\{ \sin k\alpha' \sum_{s=1}^{s=n-1} \sin \frac{s\pi}{2} \cos \frac{ks\pi}{2} - \sin k\alpha' \sum_{s=1}^{s=n-1} \cos \frac{s\pi}{2} \cos \frac{ks\pi}{2} \right.$$

$$- \cos k\alpha' \sum_{s=1}^{s=n-1} \sin \frac{s\pi}{2} \sin \frac{ks\pi}{2} + \cos k\alpha' \sum_{s=1}^{s=n-1} \cos \frac{s\pi}{2} \sin \frac{ks\pi}{2} \Big\}.$$

Wir bezeichnen:

$$\sum_{s=1}^{s=n-1} \sin \frac{s\pi}{2} \cos \frac{ks\pi}{2} = S_1 = \cos \frac{k\pi}{2} - \cos \frac{3k\pi}{2} + \ldots$$

$$\ldots + \sin \frac{n-2}{2}\pi \cos \frac{n-2}{2} k\pi + \sin \frac{n-1}{2}\pi \cos \frac{n-1}{2} k\pi ;$$

nd multipliciren S_1 mit

$$2 \cos \frac{k\pi}{2}, \text{ so ist:}$$

$$2 \cos^2 \frac{k\pi}{2} = \cos k\pi + 1$$

$$- 2 \cos \frac{3k\pi}{2} \cos \frac{k\pi}{2} = - \cos 2\, k\pi \quad - \cos k\pi$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots$$

$$- 2 \sin \frac{n\pi}{2} \cos \frac{n-2}{2} k\pi \cos \frac{k\pi}{2} = -\left(\cos \frac{n-1}{2} k\pi + \cos \frac{n-3}{2} k\pi\right) \sin \frac{n\pi}{2}$$

$$\sin \frac{n-1}{2}\pi \cos \frac{n-1}{2} k\pi \cos \frac{k\pi}{2} = \left(\cos \frac{nk\pi}{2} + \cos \frac{n-2}{2} k\pi\right) \sin \frac{n-1}{2}\pi$$

$$2 S_1 \cos \frac{k\pi}{2} = 1 - \cos \frac{n-1}{2}\pi \cos \frac{n-1}{2} k\pi - \cos \frac{n\pi}{2} \cos \frac{nk\pi}{2}.$$

ierin ist entweder $\cos \frac{n-1}{2}\pi$ oder $\cos \frac{n\pi}{2}$ gleich Null, je nachdem n rade oder ungerade. Der Allgemeinheit wegen lassen wir beide Glieder stehen.

Ferner sei:

$$= \sum_{s=1}^{s=n-1} \cos \frac{s\pi}{2} \cos \frac{ks\pi}{2} =$$

$$= - \cos k\pi + \cos 2k\pi - \ldots + \cos \frac{n-2}{2}\pi \cos \frac{n-2}{2} k\pi +$$

$$+ \cos \frac{n-1}{2}\pi \cos \frac{n-1}{2} k\pi .$$

Wir multipliciren S_2 mit

$$2 \cos \frac{k\pi}{2}, \text{ so ist:}$$

$$-2\cos k\pi\cos\frac{k\pi}{2} = -\cos\frac{3k\pi}{2} - \cos\frac{k\pi}{2}$$

$$2\cos 2k\pi\cos\frac{k\pi}{2} = \cos\frac{5k\pi}{2} + \cos\frac{3k\pi}{2}$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$

$$2\cos\frac{n-2}{2}\pi\cos\frac{n-2}{2}k\pi\cos\frac{k\pi}{2} = -\left(\cos\frac{n-1}{2}k\pi + \cos\frac{n-3}{2}k\pi\right)\cos\frac{n\pi}{2}$$

$$2\cos\frac{n-1}{2}\pi\cos\frac{n-1}{2}k\pi\cos\frac{k\pi}{2} = \left(\cos\frac{nk\pi}{2} + \cos\frac{n-2}{2}k\pi\right)\cos\frac{n-1}{2}$$

$$2S_2\cos\frac{k\pi}{2} = -\cos\frac{k\pi}{2} - \cos\frac{n\pi}{2}\cos\frac{n-1}{2}k\pi + \cos\frac{n-1}{2}\pi\cos\frac{nk\pi}{2}$$

$$S_3 = \sum_{s=1}^{s=n-1}\sin\frac{s\pi}{2}\sin\frac{ks\pi}{2} =$$

$$= \sin\frac{k\pi}{2} - \sin\frac{3k\pi}{2} + \ldots + \sin\frac{n-2}{2}\pi\sin\frac{n-2}{2}k\pi +$$

$$+ \sin\frac{n-1}{2}\pi\sin\frac{n-1}{2}$$

Wir multipliciren S_3 mit $2\cos\frac{k\pi}{2}$, so ist:

$$2\cos\frac{k\pi}{2}\sin\frac{k\pi}{2} = \sin k\pi$$

$$-2\sin\frac{3k\pi}{2}\cos\frac{k\pi}{2} = -\sin 2k\pi - \sin k\pi$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$

$$2\sin\frac{n-2}{2}\pi\sin\frac{n-2}{2}k\pi\cos\frac{k\pi}{2} = -\left(\sin\frac{n-1}{2}k\pi + \sin\frac{n-3}{2}k\pi\right)\cos\frac{n-}{2}$$

$$2\sin\frac{n-1}{2}\pi\sin\frac{n-1}{2}k\pi\cos\frac{k\pi}{2} = -\left(\sin\frac{nk\pi}{2} + \sin\frac{n-2}{2}k\pi\right)\cos\frac{n\pi}{2}$$

$$2S_3\cos\frac{k\pi}{2} = -\cos\frac{n\pi}{2}\sin\frac{nk\pi}{2} - \cos\frac{n-1}{2}\pi\sin\frac{n-1}{2}k\pi.$$

Endlich sei:

$$S_4 = \sum_{s=1}^{s=n-1}\cos\frac{s\pi}{2}\sin\frac{ks\pi}{2} =$$

$$= -\sin k\pi + \sin 2k\pi \ldots + \cos\frac{n-2}{2}\pi\sin\frac{n-2}{2}k\pi +$$

$$+ \cos\frac{n-1}{2}\pi\sin\frac{n-1}{2}$$

TRANSPORTATION

Wir multipliciren S_4 mit

$$2\cos\frac{k\pi}{2}, \text{ so ist:}$$

$$\begin{aligned}
-2\sin k\pi\cos\frac{k\pi}{2} &= -\sin\frac{3k\pi}{2} && -\sin\frac{k\pi}{2}\\
2\sin 2k\pi\cos\frac{k\pi}{2} &= \sin\frac{5k\pi}{2} && +\sin\frac{3k\pi}{2}\\
&\vdots && \vdots \qquad \vdots\\
\cos\frac{n-1}{2}\pi\sin\frac{n-2}{2}k\pi\cos\frac{k\pi}{2} &= -\left(\sin\frac{n-1}{2}k\pi + \sin\frac{n-3}{2}k\pi\right)\cos\frac{n\pi}{2}\\
\cos\frac{n-1}{2}\pi\sin\frac{n-1}{2}k\pi\cos\frac{k\pi}{2} &= \left(\sin\frac{nk\pi}{2} + \sin\frac{n-2}{2}k\pi\right)\cos\frac{n-1}{2}\pi
\end{aligned}$$

$$2S_4\cos\frac{k\pi}{2} = -\sin\frac{k\pi}{2} - \cos\frac{n\pi}{2}\sin\frac{n-1}{2}k\pi + \cos\frac{n-1}{2}\pi\sin\frac{nk\pi}{2}.$$

Somit ist:

$$\sin k\alpha' - S_3\cos k\alpha' = \left\{\sin k\alpha' + \cos\frac{n\pi}{2}\sin k\left(\frac{n\pi}{2}-\alpha'\right) - \cos\frac{n-1}{2}\pi\sin k\left(\alpha'-\frac{n-1}{2}\pi\right)\right\}\frac{1}{2\cos\frac{k\pi}{2}};$$

$$-S_2\sin k\alpha' + S_4\cos k\alpha' = \left\{\sin k\left(\alpha'-\frac{\pi}{2}\right) + \cos\frac{n\pi}{2}\sin k\left(\alpha'-\frac{n-1}{2}\pi\right) + \cos\frac{(n-1)\pi}{2}\sin k\left(\frac{n\pi}{2}-\alpha'\right)\right\}\frac{1}{2\cos\frac{k\pi}{2}}.$$

Folglich:

$$\sum_{\alpha=0}^{\alpha=\alpha'}\text{Sprunghöhen von}\left[\psi(\alpha)\frac{dv}{d\alpha} - \psi'(\alpha)\,v\right] =$$

$$= \frac{\sigma}{k\cos\frac{k\pi}{2}}\left\{\sin k\alpha' + \sin k\left(\alpha'-\frac{\pi}{2}\right) + \left(\cos\frac{n\pi}{2} + \cos\frac{n-1}{2}\pi\right)\sin k\left(\frac{n\pi}{2}-\alpha'\right) + \left(\cos\frac{n\pi}{2} - \cos\frac{n-1}{2}\pi\right)\sin k\left(\alpha'-\frac{n-1}{2}\pi\right)\right\}.$$

Folglich:

$$I'(4-k^2) = -\sigma\cos\frac{n\pi}{2}\sin 2\alpha' + \frac{\sigma}{k\cos\frac{k\pi}{2}}\{\ldots\ldots\}.$$

Es war nun:

$$\int_0^{\alpha'} F(\alpha)\, v\, d\alpha = I + I'; \text{ folglich:}$$

$$= \frac{\varrho}{1-k^2}\left\{ -\left[\cos\left(\frac{n\pi}{2}-\alpha'\right)+\sin\left(\frac{n\pi}{2}-\alpha'\right)\right]+\right.$$

$$+\left(1-\frac{\operatorname{ctg}\frac{k\pi}{4}}{k}\right)\cos k\alpha' + \frac{\cos k\left(\alpha'-\frac{2n-1}{4}\right.}{k\sin\frac{k\pi}{4}}$$

$$+\frac{\sigma}{(4-k^2)\cos\frac{k\pi}{2}}\left\{ -\cos\frac{n\pi}{2}\cos\frac{k\pi}{2}\sin 2\alpha' + \frac{1}{k}\sin k\alpha' + \right.$$

$$+\frac{1}{k}\sin k\left(\alpha'-\frac{\pi}{2}\right)+\left(\cos\frac{n\pi}{2}+\cos\frac{n-1}{2}\pi\right)\frac{\sin k\left(\frac{n\pi}{2}-\alpha'\right)}{k}$$

$$+\left(\cos\frac{n\pi}{2}-\cos\frac{n-1}{2}\pi\right)\frac{\sin k\left(\alpha'-\frac{n-1}{2}\right.}{k}$$

Wir bezeichnen den Ausdruck in der ersten $\{\}$ mit

$$E,$$

den in der zweiten mit

$$F,$$

so ist (pag. 70)

$$U_1 = (U'_0)_1\frac{1}{k_1}\sin k_1\alpha + (U_0)_1\cos k_1\alpha + \frac{\lambda_1 p_2 + \mu_1 p_1}{1-k_1^2}E_1$$

$$+\frac{q_1\mu_1}{(4-k_1^2)\cos\frac{k_1\pi}{2}}\cdot F_1;$$

$$U_2 = (U'_0)_2\frac{1}{k_2}\sin k_2\alpha + (U_0)_2\cos k_2\alpha + \frac{\lambda_2 p_2 + \mu_2 p_1}{1-k_2^2}E_2$$

$$+\frac{q_1\mu_2}{(4-k_2^2)\cos\frac{k_2\pi}{2}}\cdot F_2;$$

wenn E_1, F_1 resp. E_2 und F_2 die Werthe von E und F sind, die durch Einsetzen der beiden Werthe von $k:k_1$ resp. k_2 erhält.

TRANSPORTATION

Es bestimmten sich k_1^2 und k_2^2 als die beiden Wurzeln der Gleichung:

$$\begin{vmatrix} m_2 - k^2 & -m_1 \\ -n_2 & n_1 - k^2 \end{vmatrix} = 0; \text{ oder:}$$

$$(m_2 - k^2)(n_1 - k^2) - n_2 m_1 = 0, \text{ oder:}$$

$$k^4 - (m_2 + n_1) k^2 = n_2 m_1 - m_2 n_1.$$

Folglich:

$$k_1 = \pm \sqrt{\frac{1}{2}(m_2 + n_1) + \sqrt{\frac{1}{4}(m_2 + n_1)^2 + n_2 m_1 - m_2 n_1}}$$

$$k_2 = \pm \sqrt{\frac{1}{2}(m_2 + n_1) - \sqrt{\frac{1}{4}(m_2 + n_1)^2 + n_2 m_1 - m_2 n_1}}.$$

Es ergeben sich also für k_1 und k_2 wieder je zwei Werthe, welche loch gleich und entgegengesetzt sind.

Untersuchen wir nun in den obigen Ausdrücken, welchen Einfluss es t, wenn k sein Vorzeichen wechselt, so finden wir, dass dieselben unändert bleiben; k kommt nämlich theils in geraden Potenzen vor, theils der Form $\cos kX$, theils $\frac{1}{k} \sin kX$. Auf alle drei Ausdrücke hat der rzeichenwechsel von k keinen Einfluss, so dass wir für k_1 und k_2 das sitive Vorzeichen als allein geltend annehmen können. Ferner haben r oben gefunden, dass:

$$\lambda_1 = a m_1; \quad \mu_1 = a(m_2 - k_1^2)$$

$$\lambda_2 = a m_1; \quad \mu_2 = a(m_2 - k_2^2).$$

Folglich ist:

$$\frac{\lambda_1}{a} = m_1; \quad \frac{\lambda_2}{a} = m_1$$

$$\frac{\mu_1}{a} = \frac{1}{2}(m_2 - n_1) - \sqrt{\frac{1}{4}(m_2 + n_1)^2 + m_1 n_2 - m_2 n_1}$$

$$\frac{\mu_2}{a} = \frac{1}{2}(m_2 - n_1) + \sqrt{\frac{1}{4}(m_2 + n_1)^2 + m_1 n_2 - m_2 n_1}$$

a ein beliebiger constanter Factor ist.

Wenn wir daher die beiden Gleichungen für U_1 und U_2 durch a idiren, und bezeichnen:

$$\frac{1}{a} \frac{\lambda_1 p_2 + \mu_1 p_1}{1 - k_1^2} = Q_1; \quad \frac{q_1 \mu_1}{a \cos \frac{k_1 \pi}{2} (4 - k_1^2)} = T_1;$$

$$\frac{1}{a} \frac{\lambda_2 p_2 + \mu_2 p_1}{1 - k_2^2} = Q_2; \quad \frac{q_1 \mu_2}{a \cos \frac{k_2 \pi}{2} (4 - k_2^2)} = T_2;$$

so ist:

$$\frac{U_1}{a} = \frac{(U'_0)_1}{a}\,\frac{1}{k_1}\,\sin k_1\alpha + \frac{(U_0)_1}{a}\,\cos k_1\alpha + Q_1E_1 + T_1F_1;$$

$$\frac{U_2}{a} = \frac{(U'_0)_2}{a}\,\frac{1}{k_2}\,\sin k_2\alpha + \frac{(U_0)_2}{a}\,\cos k_2\alpha + Q_2E_2 + T_2F_2.$$

Die Formel für $\frac{U_1}{a}$ resp. $\frac{U_2}{a}$ hat in ihrer Anwendung 4 Ausnahmen:

1) k_1^2 resp. $k_2^2 = 1$, so ist $Q_1 . E_1$ resp. $Q_2 . E_2 = \frac{0}{0}$

2) k_1^2 resp. $k_2^2 = 4$, so ist $T_1 . F_1$ resp. $T_2 . F_2 = \frac{0}{0}$

3) $\sin\frac{k\pi}{4} = 0$, also:

$$k = 4,\ 8,\ 12\ \ldots$$
$$= 2u \quad (u \text{ eine gerade Zahl})$$

so ist:

$$\left(1 - \frac{\operatorname{ctg}\frac{k\pi}{4}}{k}\right)\cos k\alpha + \frac{\cos k\left(\alpha - \frac{2n-1}{4}\pi\right)}{k\,\sin\frac{k\pi}{4}} =$$

$$= \frac{\left(2u\,\sin\frac{u\pi}{2} - \cos\frac{u\pi}{2}\right)\cos 2u\alpha + \cos 2u\alpha\,\cos\frac{u(2n-1)}{2}\pi}{2u\,\sin\frac{u\pi}{2}} =$$

$$= \frac{2u\,\sin\frac{u\pi}{2}\,\cos 2u\alpha - \cos\frac{u\pi}{2}\,\cos 2u\alpha + \cos 2u\alpha\,\cos\frac{u\pi}{2}}{2u\,\sin\frac{u\pi}{2}} =$$

4) $\cos\frac{k\pi}{2} = 0$.

so ist $k = v$ gleich einer ungeraden Zahl.

In diesem Fall ist:

$$T = \infty, \text{ jedoch } F = 0.$$

Wir haben also für:

1) $k = 1$

2) $k = 2$

3) $k = 2u$ (u eine gerade Zahl)

4) $k = v$ (v eine ungerade Zahl)

bestimmte Glieder in dem Ausdruck für $\frac{U}{a}$. Wir müssen daher diese snahmefälle besonders betrachten.

1) $k = 1$.

Wir bilden von dem Ausdruck:

$\frac{E}{1 - k^2}$ die Derivirte $\varrho \frac{\frac{dE}{dk}}{\frac{d(1-k^2)}{dk}} =$

$$= -\frac{\varrho}{2k}\left\{-\cos k\alpha \frac{-\frac{\frac{k\pi}{4}}{\sin^2\frac{k\pi}{4}} - \operatorname{ctg}\frac{k\pi}{4}}{k^2} - \alpha \sin k\alpha \left(1 - \frac{\operatorname{ctg}\frac{k\pi}{4}}{k}\right) + \right.$$

$$\left. \frac{1}{k^2 \sin^2\left(\frac{k\pi}{4}\right)}\left[-k\left(\sin\frac{k\pi}{4}\right)\left(\alpha - \frac{2n-1}{4}\pi\right)\sin k\left(\alpha - \frac{2n-1}{4}\pi\right)\right.\right.$$

$$\left.\left. - \cos k\left(\alpha - \frac{2n-1}{4}\pi\right)\left(\sin\frac{k\pi}{4} + \frac{k\pi}{4}\cos\frac{k\pi}{4}\right)\right]\right\}.$$

Setzt man nun

$k = 1$, so ist,

n man jedesmal $\alpha - \frac{n-1}{4}\pi$ zerlegt in $\left(\alpha - \frac{n\pi}{4}\right) + \frac{\pi}{4}$, den Cosinus Sinus der Bögen entwickelt, und bedenkt, dass:

$$\cos\frac{\pi}{4} = \sin\frac{\pi}{4} = \sqrt{\frac{1}{2}};\ \text{und dass:}$$

$$\operatorname{ctg}\frac{\pi}{4} = 1,$$

$$= \frac{\varrho}{a}\left\{-\left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\right)\cos\alpha + \left(\frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2} + \frac{n\pi}{4}\right)\sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{1}{2} + \frac{\alpha}{2} - \frac{n-1}{4}\pi\right)\cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right)\right\} = \frac{1}{a} I.$$

2) $k = 2$.

Wir bilden von dem Ausdruck:

so ist:

$$\frac{U_1}{a} = \frac{(U'_0)_1}{a}\,\frac{1}{k_1}\,\sin k_1\alpha + \frac{(U_0)_1}{a}\,\cos k_1\alpha + Q_1E_1 + T_1F_1;$$

$$\frac{U_2}{a} = \frac{(U'_0)_2}{a}\,\frac{1}{k_2}\,\sin k_2\alpha + \frac{(U_0)_2}{a}\,\cos k_2\alpha + Q_2E_2 + T_2F_2.$$

Die Formel für $\frac{U_1}{a}$ resp. $\frac{U_2}{a}$ hat in ihrer Anwendung 4 Ausnahme

1) k_1^2 resp. $k_2^2 = 1$, so ist $Q_1 . E_1$ resp. $Q_2 . E_2 = \frac{0}{0}$

2) k_1^2 resp. $k_2^2 = 4$, so ist $T_1 . F_1$ resp. $T_2 . F_2 = \frac{0}{0}$

3) $\sin\frac{k\pi}{4} = 0$, also:

$$k = 4,\ 8,\ 12\ \ldots$$
$$= 2u \quad (u \text{ eine gerade Zahl})$$

so ist:

$$\left(1 - \frac{\operatorname{ctg}\frac{k\pi}{4}}{k}\right)\cos k\alpha + \frac{\cos k\left(\alpha - \frac{2n-1}{4}\pi\right)}{k\,\sin\frac{k\pi}{4}} =$$

$$= \frac{\left(2u\,\sin\frac{u\pi}{2} - \cos\frac{u\pi}{2}\right)\cos 2u\alpha + \cos 2u\alpha\,\cos\frac{u(2n-1)}{2}\pi}{2u\,\sin\frac{u\pi}{2}} =$$

$$= \frac{2u\,\sin\frac{u\pi}{2}\,\cos 2u\alpha - \cos\frac{u\pi}{2}\,\cos 2u\alpha + \cos 2u\alpha\,\cos\frac{u\pi}{2}}{2u\,\sin\frac{u\pi}{2}} =$$

4) $\cos\frac{k\pi}{2} = 0$.

so ist $k = v$ gleich einer ungeraden Zahl.

In diesem Fall ist:

$$T = \infty, \text{ jedoch } F = 0.$$

Wir haben also für:

1) $k = 1$
2) $k = 2$
3) $k = 2u$ (u eine gerade Zahl)
4) $k = v$ (v eine ungerade Zahl)

TRANSPORTATION

ıbestimmte Glieder in dem Ausdruck für $\frac{U}{a}$. Wir müssen daher diese usnahmefälle besonders betrachten.

$$1)\ k = 1.$$

Wir bilden von dem Ausdruck:

$$\frac{E}{1-k^2} \text{ die Derivirte } \varrho\,\frac{\frac{dE}{dk}}{\frac{d(1-k^2)}{dk}} =$$

$$= -\frac{\varrho}{2k}\left\{-\cos k\alpha\,\frac{-\frac{\frac{k\pi}{4}}{\sin^2\frac{k\pi}{4}} - ctg\frac{k\pi}{4}}{k^2} - \alpha\sin k\alpha\left(1-\frac{ctg\frac{k\pi}{4}}{k}\right)+\right.$$

$$\frac{1}{k^2\sin^2\left(\frac{k\pi}{4}\right)}\left[-k\left(\sin\frac{k\pi}{4}\right)\left(\alpha-\frac{2n-1}{4}\pi\right)\sin k\left(\alpha-\frac{2n-1}{4}\pi\right)\right.$$

$$\left.\left.-\cos k\left(\alpha-\frac{2n-1}{4}\pi\right)\left(\sin\frac{k\pi}{4}+\frac{k\pi}{4}\cos\frac{k\pi}{4}\right)\right]\right\}.$$

Setzt man nun

$$k = 1, \text{ so ist,}$$

ın man jedesmal $\alpha - \frac{n-1}{4}\pi$ zerlegt in $\left(\alpha - \frac{n\pi}{4}\right) + \frac{\pi}{4}$, den Cosinus . Sinus der Bögen entwickelt, und bedenkt, dass:

$$\cos\frac{\pi}{4} = \sin\frac{\pi}{4} = \sqrt{\frac{1}{2}};\ \text{und dass:}$$

$$ctg\frac{\pi}{4} = 1,$$

$$E = \frac{\varrho}{a}\left\{-\left(\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}\right)\cos\alpha + \left(\frac{1}{2}-\frac{\alpha}{2}+\frac{n\pi}{4}\right)\sin\left(\frac{n\pi}{2}-\alpha\right)+\right.$$

$$\left.+\left(\frac{1}{2}+\frac{\alpha}{2}-\frac{n-1}{4}\pi\right)\cos\left(\frac{n\pi}{2}-\alpha\right)\right\} = \frac{1}{a}I.$$

$$2)\ k = 2.$$

Wir bilden von dem Ausdruck:

$\sigma \cdot \frac{\left(F : \cos\frac{k\pi}{2}\right)}{4-k^2}$ die Derivirten: $\sigma \cdot \frac{\frac{d\left(F : \cos\frac{k\pi}{2}\right)}{dk}}{\frac{d(4-k^2)}{dk}} =$

$$= -\frac{1}{2k^3}\cdot\frac{\sigma}{\cos^2\frac{k\pi}{2}}\Big\{k\cos\frac{k\pi}{2}\Big[\alpha\cos k\alpha + \left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)\cos k\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)$$

$$+\left(\cos\frac{n\pi}{2}+\cos\frac{n-1}{2}\pi\right)\left(\frac{n\pi}{2}-\alpha\right)\cos k\left(\frac{n\pi}{2}-\alpha\right)+$$

$$+\left(\cos\frac{n\pi}{2}-\cos\frac{n-1}{2}\pi\right)\left(\alpha-\frac{n-1}{2}\pi\right)\cos k\left(\alpha-\frac{n-1}{2}\pi\right)-$$

$$+\Big[\sin k\alpha+\sin k\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)+\left(\cos\frac{n\pi}{2}+\cos\frac{n-1}{2}\pi\right)\sin k\left(\frac{n\pi}{2}-\alpha\right)$$

$$+\left(\cos\frac{n\pi}{2}-\cos\frac{n-1}{2}\pi\right)\sin k\left(\alpha-\frac{n-1}{2}\pi\right)\Big]\left(\cos\frac{k\pi}{2}-\frac{k\pi}{2}\sin\right.$$

Setzen wir hierin

$k = 2$, so ist der Ausdruck:

$$I' = -\frac{\sigma}{16}\Big\{-2\Big[\alpha\cos 2\alpha+\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)\cos(2\alpha-\pi)+$$

$$+\left(\cos\frac{n\pi}{2}+\cos\frac{n-1}{2}\pi\right)\left(\frac{n\pi}{2}-\alpha\right)\cos(n\pi-2\alpha)+$$

$$+\left(\cos\frac{n\pi}{2}-\cos\frac{n-1}{2}\pi\right)\left(\alpha-\frac{n-1}{2}\pi\right)\cos(2\alpha-(n-1)\pi)\Big]-$$

$$+\Big[\sin 2\alpha+\sin(2\alpha-\pi)+\left(\cos\frac{n\pi}{2}+\cos\frac{n-1}{2}\pi\right)\sin(n\pi-2\alpha$$

$$+\left(\cos\frac{n\pi}{2}-\cos\frac{n-1}{2}\pi\right)\sin(2\alpha-(n-1)\pi)\Big]-$$

$$= -\frac{\sigma}{16}\Big\{-2\Big[\frac{\pi}{2}\cos 2\alpha+\Big(-2\alpha\cos\frac{n\pi}{2}+2\frac{n\pi}{2}\cos\frac{n\pi}{2}$$

$$-\frac{\pi}{2}\cos\frac{n\pi}{2}+\frac{\pi}{2}\cos\frac{n-1}{2}\pi\Big)\cos(n\pi-2\alpha)\Big]+2\cos\frac{n\pi}{2}\sin$$

$$= \frac{\sigma}{8}\Big\{\Big[\frac{\pi}{2}-\left(2\alpha-\frac{2n-1}{2}\pi\right)\cos\frac{n\pi}{2}-\frac{\pi}{2}\cos\frac{n-1}{2}\pi\Big]\cos 2\alpha$$

$$-\cos\frac{n\pi}{2}\sin$$

TRANSPORTATION

3) $k = 2u$ (u gerade).

Wir gehen hierbei zurück auf die Ausdrücke von pag. 71 und 73:

$$1 - k^2) = \varrho \left[-\left\{ \cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right)\right\} + \cos k\alpha + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{k} \sin k\alpha + \frac{2}{k} \sin k\alpha \sum_{s=1}^{s=n-1} \cos \frac{ks\pi}{2} - \frac{2}{k} \cos k\alpha \sum_{s=1}^{s=n-1} \sin \frac{ks\pi}{2} \right]$$

$$\left.\begin{aligned} \sin \frac{ks\pi}{2} &= \sin(us\pi) = 0 \\ \cos \frac{ks\pi}{2} &= \cos us\pi = +1 \end{aligned}\right\} \text{ da } u \text{ gerade.}$$

Folglich ist:

$$\sum_{s=1}^{s=n-1} \cos \frac{ks\pi}{2} = n - 1\,; \text{ folglich:}$$

$$= \frac{1}{1 - 4u^2} \left[-\left\{ \cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right)\right\} + \cos 2u\alpha + \right.$$

$$\left. + \frac{2n-1}{2u} \sin 2u\alpha \right].$$

4) $k + v$ (v ungerade).

Hierbei gehen wir zurück auf die Ausdrücke pag. 75 und 76:

$$- k^2) = -\sigma \cos \frac{n\pi}{2} \sin 2\alpha + \frac{2\sigma}{k} \left\{ \sin k\alpha \sum_{s=1}^{s=n-1} \sin \frac{s\pi}{2} \cos \frac{ks\pi}{2} - \right.$$

$$- \sin k\alpha \sum_{s=1}^{s=n-1} \cos \frac{s\pi}{2} \cos \frac{ks\pi}{2} - \cos k\alpha \sum_{s=1}^{s=n-1} \sin \frac{s\pi}{2} \sin \frac{ks\pi}{2} +$$

$$\left. + \cos k\alpha \sum_{s=1}^{s=n-1} \cos \frac{s\pi}{2} \sin \frac{ks\pi}{2} \right\}.$$

Ist nun $k = v$ gleich einer ungeraden Zahl, so ist:

$$\sum_{s=1}^{s=n-1} \sin \frac{s\pi}{2} \cos \frac{vs\pi}{2} = 0, \text{ da:}$$

wenn s gerade, $\sin \frac{s\pi}{2} = 0$

wenn s ungerade, $\cos \frac{vs\pi}{2} = 0$;

$$\sum_{s=1}^{s=n-1} \cos\frac{s\pi}{2} \sin\frac{vs\pi}{2} = 0, \text{ da:}$$

wenn s gerade, $\sin\frac{vs\pi}{2} = 0$

wenn s ungerade, $\cos\frac{s\pi}{2} = 0.$

Was $\sum_{s=1}^{s=n-1} \sin\frac{s\pi}{2} \sin\frac{vs\pi}{2}$ und $\sum_{s=1}^{s=n-1} \cos\frac{s\pi}{2} \cos\frac{vs\pi}{2}$ betrifft, so ist für:

$s = 1 : \cos\frac{\pi}{2} \cos\frac{v\pi}{2} = 0; \quad \sin\frac{\pi}{2} \sin\frac{v\pi}{2} = \sin\frac{v\pi}{2}$

$s = 2 : \cos\pi \cos v\pi = +1; \quad \sin\pi \sin v\pi = 0$

$s = 3 : \cos\frac{3\pi}{2} \cos\frac{3v\pi}{2} = 0; \quad \sin\frac{3\pi}{2} \sin\frac{3v\pi}{2} = \sin\frac{v\pi}{2}$

$s = 4 : \cos 2\pi \cos 2v\pi = +1; \quad \sin 2\pi \sin 2v\pi = 0,$

u. s. w., so dass wir schreiben können:

$$\sum_{s=1}^{s=n-1} \cos\frac{s\pi}{2} \cos\frac{vs\pi}{2} = \left\{ \frac{n-1}{2} - \frac{1}{2}\left(\cos\frac{n\pi}{2}\right)^2 \right\}$$

$$\sum_{s=1}^{s=n-1} \sin\frac{s\pi}{2} \sin\frac{vs\pi}{2} = \left\{ \frac{n-1}{2} + \frac{1}{2}\left(\cos\frac{n\pi}{2}\right)^2 \right\} \sin\frac{v\pi}{2}.$$

Somit ist dann:

$$I' = \frac{\sigma}{4 - v^2} \left\{ -\cos\frac{n\pi}{2} \sin 2\alpha - \frac{2}{v} \left[\left(\frac{n-1}{2} + \frac{1}{2}\left(\cos\frac{n\pi}{2}\right)^2\right) \cos v\alpha \sin\frac{v\pi}{2} + \left(\frac{n-1}{2} - \frac{1}{2}\left(\cos\frac{n\pi}{2}\right)^2\right) \sin \right. \right.$$

Discussion der Gleichungen für das Nicken und Wogen.

Wir finden hier wieder den Ausdruck für $\frac{U_1}{a}$ resp. $\frac{U_2}{a}$ aus mehr nach α periodisch veränderlichen Bestandtheilen zusammengesetzt.

Der erste derselben:

$$\frac{U_0'}{a} \frac{1}{k} \sin k\alpha + \frac{U_0}{a} \cos k\alpha$$

entspricht analog der wankenden Bewegung den Grundschwingungen ist es in Bezug auf diese von Vortheil, k möglichst gross zu

TRANSPORTATION

uf die eigentliche Natur der übrigen Theile dieser Bewegung uns näher nzulassen, würde uns erstens zu weit führen, und uns zweitens zu keinem r die Praxis wichtigen Resultat verhelfen; wir begnügen uns daher einch damit, Mittel anzugeben, durch die wir im Stande sind, etwaige sonannte gefährliche Geschwindigkeiten zu vermeiden, und durch eine ssende Anordnung der Construction die Coefficienten Q_1, Q_2, T_1 und T_2 öglichst klein darzustellen.

Setzen wir voraus, dass die Federn der Locomotive, wenn dieselbe hig auf der Bahn steht, alle um gleich viel, es sei um s^{met}, zusammendrückt sind, so wird die Gleichung (pag. 40):

$$\Delta_1 f_1 \zeta_1 + \Delta_2 f_2 \zeta_2 + \ldots\ldots + \Delta_n f_n \zeta_n = 0$$

$$\zeta_1 = \zeta_2 = \ldots\ldots = \zeta_n = s$$

:h umgestalten in:

$$\Delta_1 f_1 + \Delta_2 f_2 + \ldots\ldots + \Delta_n f_n = 0.$$

Folglich:

$$m_1 = \frac{2(\Delta_1 f_1 + \Delta_2 f_2 + \ldots\ldots + \Delta_n f_n)}{B\omega^2} = 0$$

$$n_2 = \frac{2(\Delta_1 f_1 + \Delta_2 f_2 + \ldots\ldots + \Delta_n f_n)}{M\omega^2} = 0.$$

Es war nun:

^{2} resp. $k_2{}^2 = \frac{1}{2}(m_2 + n_1) \pm \sqrt{\frac{1}{4}(m_2 + n_1)^2 + n_2 m_1 - m_2 n_1}$.

Dies wird, da

$$m_1 = n_2 = 0$$

$$k_1{}^2 = m_2 = \frac{2(f_1 + f_2 + \ldots\ldots + f_n)}{M\omega^2};$$

$$k_2{}^2 = n_1 = \frac{2(\Delta_1{}^2 f_1 + \Delta_2{}^2 f_2 + \ldots\ldots + \Delta_n{}^2 f_n)}{B\omega^2}.$$

Es wurde nun oben verlangt, k_1 und k_2 möglichst gross zu machen.

Es ist:

$$2s(f_1 + f_2 + \ldots\ldots + f_n) = G \text{ (pag. 40)}$$

lich:

$$2(f_1 + f_2 + \ldots\ldots + f_n) = \frac{G}{s}.$$

Ferner ist:

$$M = \frac{G}{g}; \quad \omega^2 = \frac{4V^2}{D^2};$$

dass:

$$k_1{}^2 = \frac{D^2 g}{s.4.V^2}.$$

Es fällt also k_1^2 gross aus für:

1) einen grossen Triebraddurchmesser,

2) für starre Federn.

k_2^2 fällt gross aus, wenn man den horizontalen Abstand der von dem Schwerpunkt, d. h. den Radstand gross wählt.

Wir haben jedoch für k_1 und k_2 bestimmte Grenzen einzuhalten. Wir kamen bei der allgemeinen Formel für $\frac{U}{a}$ auf 4 Ausnahmefälle:

1) k_1 resp. $k_2 = 1$
2) k_1 resp. $k_2 = 2$
3) k_1 resp. $k_2 = 2u$
4) k_1 resp. $k_2 = v$;

wo u irgend eine gerade, v eine ungerade Zahl war.

Es war allgemein:

$$U = U_0' \frac{\sin k\alpha}{k} + U_0 \cos k\alpha + I + I'.$$

Für den Fall, dass:

$$k = 1,$$

war:

$$I = \varrho \left\{ -\left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\right) \cos\alpha + \left(\frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2} + \frac{n\pi}{4}\right) \sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \right.$$
$$\left. + \left(\frac{1}{2} + \frac{\alpha}{2} - \frac{n-1}{4}\pi\right) \cos\left(\frac{n\pi}{2} - \right.\right.$$

Für den Fall, dass:

$$k = 2,$$

war:

$$I' = \frac{\sigma}{8} \left\{ \left[\frac{\pi}{2} - \left(2\alpha - \frac{2n-1}{2}\pi\right) \cos\frac{n\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \cos\frac{n-1}{2}\pi\right] \cos 2\alpha \right.$$
$$\left. - \cos\frac{n\pi}{2} \sin 2\right.$$

Da nun n mit α wächst, so nehmen:

$$-\frac{\alpha}{2} + \frac{n\pi}{4}; \quad \frac{\alpha}{2} - \frac{n-1}{4}\pi; \quad 2\alpha - \frac{2n-1}{2}\pi$$

nicht proportional mit α zu, sondern bleiben immer zwischen gew Grenzen periodisch veränderlich.

Wenn dagegen:

$$k_1 \text{ resp. } k_2 = 2u \ (u \text{ gerade})$$

so ist:

$$I = \frac{\varrho}{1-4u^2} \left\{ -\left[\cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right)\right] + \cos 2u\alpha + \right.$$
$$\left. + \frac{2n-1}{2u} \sin 2u\right.$$

wenn:

$$k = v \quad (v \text{ ungerade}),$$

ist:

$$= \frac{\sigma}{4 - v^2} \left\{ - \cos\frac{n\pi}{2} \sin 2\alpha - \frac{2}{v}\left[\left(\frac{n-1}{2} + \right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left. + \frac{1}{2}\left(\cos\frac{n\pi}{2}\right)^2\right) \cos v\alpha \sin\frac{v\pi}{2} + \left(\frac{n-1}{2} - \frac{1}{2}\left(\cos\frac{n\pi}{2}\right)^2\right) \sin v\alpha\right]\right\}$$

in nehmen:

$$\frac{2n-1}{2u}; \quad \frac{n-1}{2} + \frac{1}{2}\left(\cos\frac{n\pi}{2}\right)^2 \text{ und } \frac{n-1}{2} - \frac{1}{2}\left(\cos\frac{n\pi}{2}\right)^2$$

portional mit α zu, so dass, wenn auch die mit diesen Coefficienten ehenen Glieder bei gleichmässig wachsendem α in regelmässigen Inter- en gleich Null werden, doch ihre Maximalwerthe in diesen Intervallen wachsendem n unaufhörlich zunehmen. Wir haben daher für:

$$k_1 \text{ resp. } k_2 = 4, 8, 12, \ldots\ldots$$

$$\text{und } k_1 \text{ resp. } k_2 = 1, 3, 5, \ldots\ldots$$

smal einen Zustand der Locomotive, in welchem die Schwankungen elben sehr bemerklich werden können.

Um sicher zu sein, dass im Beharrungszustand der Locomotive für normale Fahrgeschwindigkeit ein solcher nicht eintreten kann, ordnen die Constructionstheile so an, dass für die Geschwindigkeit V_0, mit zu fahren eine neu zu erbauende Locomotive bestimmt ist:

$$k_1 \text{ und } k_2 < 1.$$

Es muss daher, wenn wir an der Voraussetzung, dass:

$$\Delta_1 f_1 + \Delta_2 f_2 + \ldots\ldots + \Delta_n f_n = 0,$$

halten,

$$\frac{2(f_1 + f_2 + \ldots\ldots + f_n)}{M\omega^2} < 1$$

$$\frac{2(\Delta_1{}^2 f_1 + \Delta_2{}^2 f_2 + \ldots\ldots + \Delta_n{}^2 f_n)}{B\omega^2} < 1$$

Die erste Bedingung können wir auch schreiben:

$$\frac{gD^2}{4sV^2} < 1 \text{ oder:}$$

$$D < 2V_0\sqrt{\frac{s}{g}}.$$

Wenn wir im Durchschnitt setzen:

$$s \overset{met}{=} 0{,}04,$$

so lautet unsere obige Bedingung:

$$D < 0{,}13\, V_0.$$

Was k_2^2 betrifft, so ist, wenn:

$$\mathfrak{P}_1, \mathfrak{P}_2, \ldots\ldots, \mathfrak{P}_n$$

die Einzelbelastungen der entsprechenden Axen sind,

$$f_1 = \frac{\mathfrak{P}_1}{2s}; \quad f_2 = \frac{\mathfrak{P}_2}{2s}; \ldots\ldots; \quad f_n = \frac{\mathfrak{P}_n}{2s}.$$

Folglich können wir auch die Bedingung $k_2^2 < 1$ ausdrücken durch

$$\Delta_1^2 \mathfrak{P}_1 + \Delta_2^2 \mathfrak{P}_2 + \ldots\ldots + \Delta_n^2 \mathfrak{P}_n < s\, B \omega^2.$$

Der Werth von B ist genau nicht zu bestimmen; um jedoch nähert obige Ungleichung durch Constructionsgrössen auszudrücken rechnen wir B so, als wenn die Masse $\frac{G}{g}$ des auf den Federn ruh Baues gleichförmig in einen parallelepipedischen Raum vertheilt dessen Länge l_2 und dessen Basis ein Quadrat von der Seite d_1 ist führen als l_2 die Länge und als d_1 den Durchmesser des Kessels ein,

$$B = \frac{G}{g} \cdot \frac{1}{12} (l_2^2 + d_1^2).$$

Setzen wir nun dies, und

$$\omega^2 = 4 \frac{V_0^2}{D^2},$$

oben ein, so erhalten wir:

$$\Delta_1^2 \mathfrak{P}_1 + \ldots\ldots + \Delta_n^2 \mathfrak{P}_n < s \frac{G}{g} \frac{1}{12} (l_2^2 + d_1^2) \cdot 4 \frac{V_0^2}{D^2}$$

oder:

$$D < V_0 \sqrt{\frac{s}{3} \cdot \frac{G}{g} \cdot \frac{l_2^2 + d_1^2}{\Delta_1^2 \mathfrak{P}_1 + \Delta_2^2 \mathfrak{P}_2 + \ldots\ldots + \Delta_n^2 \mathfrak{P}_n}}$$

Die Grössen $\Delta_1 \ldots\ldots \Delta_n$ und $\mathfrak{P}_1 \ldots\ldots \mathfrak{P}_n$ müssen noch den Gleichungen genügen:

$$\mathfrak{P}_1 + \mathfrak{P}_2 + \ldots\ldots + \mathfrak{P}_n = G \text{ und:}$$

$$\Delta_1 \mathfrak{P}_1 + \Delta_2 \mathfrak{P}_2 + \ldots\ldots + \Delta_n \mathfrak{P}_n = 0.$$

Nehmen wir nun beispielsweise an, die Locomotive habe 3 Axe denen die zweite, als alleinige Triebaxe, die Belastung $\mathfrak{P}_2$ haben um der Locomotive die nöthige Zugkraft zu geben, so ist aus den chungen:

$$\mathfrak{P}_1 + \mathfrak{P}_2 + \mathfrak{P}_3 = G, \text{ und}$$

$$\Delta_1 \mathfrak{P}_1 + \Delta_2 \mathfrak{P}_2 + \Delta_3 \mathfrak{P}_3 = 0:$$

TRANSPORTATION

$$\mathfrak{P}_3 = \frac{\Delta_1(G - \mathfrak{P}_2) + \Delta_2 \mathfrak{P}_2}{\Delta_1 - \Delta_3};$$

$$\mathfrak{P}_1 = \frac{\Delta_3(G - \mathfrak{P}_2) + \Delta_2 \mathfrak{P}_2}{\Delta_3 - \Delta_1}.$$

Setzen wir diese Werthe in die Bedingung für D ein, so erhalten wir
:h einigen Entwicklungen:

$$< V_0 \sqrt{\frac{s}{g} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{G(l_2^2 + d_1^2)(\Delta_1 - \Delta_3)}{\mathfrak{P}_2 \Delta_1 \Delta_2(\Delta_2 - \Delta_1) + (\mathfrak{P}_2 - G)\Delta_1 \Delta_3(\Delta_1 - \Delta_3) + \mathfrak{P}_2 \Delta_2 \Delta_3(\Delta_3 - \Delta_2)}}.$$

Mit diesen beiden Grenzen, die wir der Grösse von D setzen, er-
ten wir nun gerade das Gegentheil als Redtenbacher in seinen „Ge-
:en des Locomotivbaues". Jener erhält, weil er, wie schon oben er-
ınt, nicht auf die verschiedene Wirkung der Kräfte in den verschiedenen
ıdranten Rücksicht nimmt, nicht 4 Mal unendlich viele, sondern nur
gefährliche Geschwindigkeiten für das Nicken und Wogen der Loco-
ive; und zwar entsprechen diese den beiden ersten Ausnahmefällen für
Anwendung unserer Formel für $\frac{U}{a}$, d. h.

für k_1^2 resp. $k_2^2 = 1$, und

k_1^2 resp. $k_2^2 = 4$.

Um also diese 4 gefährlichen Geschwindigkeiten zu vermeiden, musste
ltenbacher entweder, wenn, wie er beabsichtigte, die kleinste der ge-
·lichen Geschwindigkeiten noch grösser sein sollte, als die normale
rgeschwindigkeit der betreffenden Locomotive, die Bedingung aufstellen:

$$k_1^2 \text{ resp. } k_2^2 > 4,$$

: er musste, wenn er umgekehrt die grösste gefährliche Geschwindig-
kleiner werden liess als die normale Fahrgeschwindigkeit der be-
'enden Locomotive, mit uns die Bedingung aussprechen:

$$k_1^2 \text{ resp. } k_2^2 < 1.$$

ltenbacher konnte also nie gerade auf das Gegentheil unserer Be-
ɔtungen kommen, wenn er folgerichtig auch aus seinen Resultaten
er geschlossen hätte, und es sei uns, da es uns nicht genügend er-
int, einer solchen Autorität wie Redtenbacher gegenüber, unsere
e als richtig zu beweisen, erlaubt, auch auf die Fehler aufmerksam zu
ıen, durch welche Redtenbacher auf seine uns direct widersprechen-
Bedingungen gekommen ist.

Entsprechend unserem k_1 und k_2 treten in den Entwicklungen über
Nicken und Wogen bei Redtenbacher die beiden Grössen a_1 und a_2
welche:

$$a_1 = \frac{k_1}{\omega} = \frac{1}{\omega}\sqrt{\frac{1}{2}(m_2 + n_1) + \sqrt{\frac{1}{4}(m_2 + n_1)^2 + m_1 n_2 - n}}$$

$$a_2 = \frac{k_2}{\omega} = \frac{1}{\omega}\sqrt{\frac{1}{2}(m_2 + n_1) - \sqrt{\frac{1}{4}(m_2 + n_1)^2 + m_1 n_2 - n}}$$

(s. pag. 160 und 147).

Zu bemerken ist, dass Redtenbacher setzt:

$$M = \frac{G}{2g}.$$

Wenn man, wie es pag. 162 geschehen ist, setzt:

$$f_1 + f_2 + f_3 = F_1$$
$$\Delta_1 f_1 + \Delta_2 f_2 - \Delta_3 f_3 = F_2$$
$$\Delta_1^2 f_1 + \Delta_2^2 f_2 + \Delta_3^2 f_3 = F_3,$$

in welchen Gleichungen Redtenbacher alle Grössen als absolute in Rechnung führt, wesshalb auch in der zweiten Gleichung das Glied $-\Delta_3$ würde (pag. 163)

$$a_1 = \sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{F_1}{M} + \frac{F_3}{B}\right) + \sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{F_1}{M} - \frac{F_3}{B}\right)^2 + \frac{F_2^2}{MB}}}$$

$$a_2 = \sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{F_1}{M} + \frac{F_3}{B}\right) - \sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{F_1}{M} - \frac{F_3}{B}\right)^2 + \frac{F_2^2}{MB}}}.$$

Nach der Integration der Differentialgleichungen für das Nicken und Wogen erhält Redtenbacher 6 Integrationsconstanten, von denen 2 den Nenner:

$$F_2^2 - (4\omega^2 M - F_1)(4\omega^2 B - F_3)$$

und 4 den Nenner:

$$F_2^2 - (\omega^2 M - F_1)(\omega^2 B - F_3)$$

haben (pag. 163).

Diese beiden Nenner werden zu

$$F_2^2 - F_2^2 = 0,$$

ersterer, wenn

$$2\omega = a_1 \text{ oder } = a_2$$

zweiter, wenn

$$\omega = a_1 \text{ oder } = a_2;$$

und werden somit in diesen Fällen die Integrationsconstanten unend

In dem weiteren Verlauf der Entwicklung wird pag. 168:

$$F_2 = 0$$

gesetzt, der Voraussetzung entsprechend, dass im ruhenden Zustan Locomotive alle Federn durch den auf denselben ruhenden Bau un

TRANSPORTATION

el zusammengedrückt werden. Daraus kann nun ersichtlicher Weise nur gen, dass wir unendliche Integrationsconstanten erhalten, wenn:

$$\left.\begin{aligned}\omega^2 &= \frac{F_1}{4M}\\ \omega^2 &= \frac{F_3}{4B}\end{aligned}\right\} \quad \text{.....}$$

l wenn

$$\left.\begin{aligned}\omega^2 &= \frac{F_1}{M}\\ \omega^2 &= \frac{F_3}{B}\end{aligned}\right\} \quad \text{.....}$$

Von der ersten dieser zwei Folgerungen macht sich nun Redtenher durch ein nicht zu billigendes, es sei uns erlaubt zu sagen unitiges Verfahren frei, und behält somit (pag. 172) nur als Bedingung ig, dass die Locomotive bei ihrer normalen Fahrgeschwindigkeit ausserb des Bereichs der gefährlichen Geschwindigkeiten sei:

$$\frac{F_1}{M} > \omega^2, \text{ und}$$

$$\frac{F_3}{B} > \omega^2.$$

Es lauten nämlich die Integrationsconstanten, die den ersten der len obigen Nenner haben:

$$= -\frac{1}{4}(P + P_1)\left(\frac{r}{L}\right)^2\left(1 + \frac{2h}{D}\right)\frac{F_2 L}{F_2{}^2 - (4\omega^2 M - F_1)(4\omega^2 B - F_3)}$$

$$= +\frac{1}{4}(P + P_1)\left(\frac{r}{L}\right)^2\left(1 + \frac{2h}{D}\right)\frac{L(4\omega^2 M - F_1)}{F_2{}^2 - (4\omega^2 M - F_1)(4\omega^2 B - F_3)}$$

Indem nun

$$F_2 = 0$$

etzt wird, soll auch unter allen Umständen (pag. 169)

$$\mathfrak{P} = 0$$

; dies ist jedoch nur so lange richtig, als ω^2 nicht gleich $\frac{F_1}{4M}$ oder $\frac{F_3}{4B}$ ist; in diesem Fall wird der Nenner von $\mathfrak{P}$ zu $F_2{}^2 - F_2{}^2$, und an man dann Nenner und Zähler durch F_2 dividirt, so wird:

$$\mathfrak{P} = -\frac{1}{4}(P + P_1)\left(\frac{r}{L}\right)^2\left(1 + \frac{2h}{D}\right)\frac{L}{F_2 - F_2}$$

$$= \infty$$

für jeden Werth von F_2 auch für:

$$F_2 = 0.$$

$\mathfrak{P}_1$ vernachlässigt Redtenbacher (pag. 169) „weil es, wie man sieht, ... Quadrat von $\frac{r}{L}$ proportional ist".

Erstens nun ist, da:

$$L\left(\frac{r}{L}\right)^2 = r \cdot \frac{r}{L}$$

$\mathfrak{P}_1$ nicht $\left(\frac{r}{L}\right)^2$ sondern $\frac{r}{L}$ proportional; doch selbst abgesehen von di... werden wir niemals zugeben, desshalb $\mathfrak{P}_1$ ganz zu vernachlässigen, ... bei einem auch noch so kleinen Verhältniss $\frac{r}{L}$ für:

$$\omega^2 = \frac{F_1}{4M}, \text{ und}$$

$$\omega^2 = \frac{F_3}{4B}$$

unendlich wird.

Es war also von Seiten Redtenbacher's ungerechtfertigt, $\mathfrak{P}$ un... direct aus der Rechnung zu streichen, und sich damit der Gefahr in ... Zustand der Locomotive für $\omega^2 = \frac{F_1}{4M}$ und $\omega^2 = \frac{F_3}{4B}$ enthoben zu h...

Wenn vielmehr eine Gefahr von obigen Geschwindigkeiten zu für... ist, so bleibt sie bestehen auch für $F_2 = 0$.

Wenn daher Redtenbacher seine Constructionstheile so besti... und anordnen will, dass die normale Winkelgeschwindigkeit ω_0 (pag. ...

$$\omega_0 < \sqrt{\frac{F_1}{M}};$$

$$\omega_0 < \sqrt{\frac{F_3}{B}};$$

so führt er auch für seine Annahmen das gerade herbei, was er verm... will, nämlich, dass sich die Locomotive in dem Bereich der gefähr... Geschwindigkeiten befindet, indem zwei oder mindestens noch ein... denselben:

$$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{F_1}{M}} \text{ und } \frac{1}{2}\sqrt{\frac{F_3}{B}}$$

in demselben vorkommt.

Es ist möglich, dass durch unsere Bedingungen für die Grös... Triebraddurchmessers

$$D < 2V_0\sqrt{\frac{s}{g}} \text{ und:}$$

$$D < V_0 \sqrt{\frac{s}{3}\frac{G}{g}\frac{l_2^2 + d_1^2}{\Delta_1^2 \mathfrak{P}_1 + \Delta_2^2 \mathfrak{P}_2 + \ldots\ldots + \Delta_n^2 \mathfrak{P}_n}}$$

so klein ausfällt, dass dieser Werth in Bezug auf alle übrigen Verhält-
se zu unvortheilhaft erscheint. In einem solchen Fall richten wir die
struction so ein, dass, je nachdem dies bei der ersten oder bei der
iten oder bei allen beiden Grenzen eintritt, wir die gefährliche Ge-
windigkeit für $k_1 = 1$ oder für $k_2 = 1$ oder die beiden gefährlichen
chwindigkeiten für $k_1 = 1$ und $k_2 = 1$ höher treiben als die normale
rgeschwindigkeit der Locomotive, diese aber noch grösser sein lassen
alle übrigen 4 mal unendlich vielen Geschwindigkeiten, die wir gefähr-
e nannten.

Dies erreichen wir im ersten Fall durch:

$$1 < k_1 < 3$$
$$k_2 < 1.$$

Im zweiten Fall durch:

$$k_1 < 1$$
$$1 < k_2 < 3.$$

Im dritten Fall durch:

$$1 < k_1 < 3$$
$$1 < k_2 < 3.$$

Den beiden Bedingungen, dass:

$$k_1 < 3 \text{ also } k_1^2 < 9$$
$$k_2 < 3 \text{ also } k_2^2 < 9$$

prechen die Ungleichungen:

$$\frac{gD^2}{4sV_0^2} < 9; \text{ oder:}$$

$$D < 6V_0 \sqrt{\frac{s}{g}}$$

$$D < 3V_0 \sqrt{\frac{s}{3}\frac{G}{g}\frac{l_2^2 + d_1^2}{\Delta_1^2 \mathfrak{P}_1 + \Delta_2^2 \mathfrak{P}_2 + \ldots\ldots + \Delta_n^2 \mathfrak{P}_n}}.$$

Wir haben also durch dies Höhertreiben der zwei grössten gefähr-
n Geschwindigkeiten die Grenzen für D um das Dreifache erweitert.
Bezeichnen wir den Coefficienten von V_0 in der ersten Bedingung mit:

$$S_1$$

r zweiten Bedingung mit:

$$S_2,$$

so haben wir für die obigen drei Fälle:

$$(1) \ldots\ldots\ldots\ldots \begin{cases} V_0 S_1 < D < 3 V_0 S_1 \\ D < V_0 S_2 \end{cases}$$

$$(2) \ldots\ldots\ldots\ldots \begin{cases} D < V_0 S_1 \\ V_0 S_2 < D < 3 V_0 S_2 \end{cases}$$

$$(3) \ldots\ldots\ldots\ldots \begin{cases} V_0 S_1 < D < 3 V_0 S_1 \\ V_0 S_2 < D < 3 V_0 S_2 \end{cases}$$

Auf diese Weise also ist man im Stande durch die Constructi Unterbaues, oder vielmehr durch eine passende Wahl des Triebrad messers die gefährlichen Geschwindigkeiten für den normalen Beha zustand der Locomotive zu vermeiden.

Ein zweites Erforderniss ist, die Coefficienten:

$$Q_1, \; Q_2, \; T_1 \text{ und } T_2$$

möglichst klein ausfallen zu lassen.

Es war:

$$Q_1 = \frac{1}{a} \frac{\lambda_1 p_2 + \mu_1 p_1}{1 - k_1^2}; \quad Q_2 + \frac{1}{a} \frac{\lambda_2 p_2 + \mu_2 p_1}{1 - k_2^2}$$

$$T_1 = \frac{1}{a} \frac{q_1 \mu_1}{\cos \frac{k_1 \pi}{2} (4 - k_1^2)}; \quad T_2 = \frac{1}{a} \frac{q_1 \mu_2}{\cos \frac{k_2 \pi}{2} (4 - k_2^2)}$$

Setzen wir wieder voraus, dass:

$$(1) \ldots\ldots\ldots \Delta_1 f_1 + \Delta_2 f_2 + \ldots\ldots + \Delta_n f_n = 0$$

so ist:

$$k_1^2 = m_2 = \frac{2 (f_1 + f_2 + \ldots\ldots + f_n)}{M \omega^2}$$

$$k_2^2 = n_1 = \frac{2 (\Delta_1^2 f_1 + \Delta_2^2 f_2 + \ldots\ldots + \Delta_n^2 f_n)}{B \omega^2}$$

Ferner ist:

$$\frac{\mu_1}{a} = m_2 - k_1^2 = 0$$

$$\frac{\mu_2}{a} = m_2 - k_2^2 = m_2 - n_1$$

$$\frac{\lambda_1}{a} = \frac{\lambda_2}{a} = m_1 = 0$$

endlich:

$$p_1 = - \frac{Pr}{B \omega^2} \left(\frac{\Delta_r - L}{L} + \frac{2h}{D} \right)$$

$$q_1 = \frac{Pr^2}{BDL\omega^2}(D - 2h).$$

Wir sehen somit, dass ausser in den Fällen $k_1^2 = 1$ und $k_1^2 = 4$

$$Q_1 = 0 \text{ und } T_1 = 0$$

d.

Ist $k_1^2 = 1$, so tritt nach dem ersten Ausnahmefall (pag. 83) für Grösse Q_1 der Coefficient:

$$\frac{\varrho_1}{a} = \frac{\lambda_1 p_2 + \mu_1 p_1}{a}$$

für $k_1^2 = 4$, tritt nach dem zweiten Ausnahmefall (pag. 84) für T_1 Coefficient:

$$\frac{\sigma_1}{a} = \frac{q_1 \mu_1}{a}$$

und ergeben sich auch diese für unsere Voraussetzung gleich Null.

Ferner wird:

$$Q_2 = \frac{1}{a} \cdot \frac{\mu_2 p_1}{1 - k_2^2}$$

$$T_2 = \frac{1}{a} \cdot \frac{\mu_2 q_1}{\cos \frac{k_2 \pi}{2} (4 - k_2^2)}.$$

Auch diese Grössen können wir gleich Null machen, wenn wir:

. . . . . $\frac{\Delta_r - L}{L} + \frac{2h}{D} = 0$, und:

. . . . . $D - 2h = 0$

n.

Daraus ersieht man, dass, wenn man die Federn der Locomotive so chtet, dass bei ruhigem Stehen derselben auf der Bahn alle um gleich zusammen gedrückt sind, und man im Stande ist, die beiden Gleigen zu erfüllen:

$$D - 2h = 0, \text{ und:}$$

$$\frac{\Delta_r - L}{L} + \frac{2h}{D} = 0,$$

gaukelnden Bewegungen bis auf die Grundschwingungen vollständig ieden werden können.

Diese drei Bedingungen jedoch sind unabhängig von der Geschwindigder Locomotive und dem Druck P, sie werden daher auch geltend edes beliebige P, und wenn die Locomotive nicht mit der für sie alen Fahrgeschwindigkeit arbeitet, folglich auch für das Uebergangsim aus der Ruhe in den Beharrungszustand.

Die Grundschwingungen sind nun die störenden Bewegungen, welche die Locomotive aus den früheren Perioden in den Beharrungszustand überliefert bekommen hat; da also auch hier für jene das Gaukeln durch obige drei Bedingungen aufgehoben ist, so werden in dem Beharrungszustand auch die Grundschwingungen fortfallen, so dass:

$$\frac{U_1}{a} = 0 \text{ und } \frac{U_2}{a} = 0.$$

Wir haben somit (pag. 69) Gleichung IV:

a) $m_1\zeta_1 + (m_2 - k_1^2)\,\varphi_1 = 0$

b) $m_1\zeta_1 + (m_2 - k_2^2)\,\varphi_1 = 0.$

Hierin war für unsere Voraussetzung:

$$m_1 = 0:$$
$$k_1^2 = m_2$$
$$k_2^2 = n_1,$$

so dass Gleichung a):

$$(m_2 - k_1^2)\,\varphi_1 = 0; \text{ also:}$$
$$\varphi_1 = 0.$$

Nach a) jedoch erhalten wir:

$$\zeta_1 = \frac{0}{0}.$$

Durch die Voraussetzung (1):

$$\Delta_1 f_1 + \Delta_2 f_2 + \ldots\ldots + \Delta_n f_n = 0$$

vereinfacht sich die Differentialgleichung (pag. 67) für ζ zu:

$$M\frac{d^2\zeta}{dt^2} + 2\zeta(f_1 + f_2 + \ldots\ldots + f_n) =$$
$$= P\frac{r}{L}\left\{\cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right.\right.$$

so dass man ihre Auflösung analog den obigen Entwicklungen schreiben kann

$$\zeta = \zeta'_0\frac{1}{k}\sin k\alpha + \zeta_0\cos k\alpha + \frac{p}{1-k^2}\left[-\left\{\cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right)\right\} + \left(1 - \frac{\cot g\frac{k\pi}{4}}{k}\right)\cos k\alpha + \frac{\cos k\left(\alpha - \frac{2n-1}{4}\pi\right.}{k\sin\frac{k\pi}{4}}\right.$$

worin:

$$k^2 = \frac{2(f_1 + f_2 + \ldots\ldots + f_n)}{M\omega^2};$$
$$p = \frac{Pr}{ML\omega^2}.$$

Wir können also durch obige drei Bedingungen allein das Nicken ganz aufheben, das Wogen nur verringern; um letzteres noch mehr zu schwächen, ist es vortheilhaft $\frac{r}{L}$ möglichst klein, und ebenso k^2 gross zu machen.

Untersuchen wir nun näher, auf welche Weise den beiden Bedingungen:

$$D - 2h = 0, \text{ und}$$

$$\frac{\Delta_r - L}{L} + \frac{2h}{D} = 0$$

zu genügen ist, so ersehen wir aus:

$$h = \frac{D}{2},$$

dass die Triebaxe, an welche die Pleulstange direct angreift, in der Höhe gleich dem Triebradradius über dem Schwerpunkt liegen muss, d. h. der Schwerpunkt muss in der Ebene der Schienen liegen.

Ferner ist für den Fall, dass:

$$1 - \frac{2h}{D} = 0$$

erfüllt ist:

$$\Delta_r = L\left(1 - \frac{2h}{D}\right) = 0.$$

Wir erhalten somit das zwar sehr interessante, leider aber nicht für die Praxis brauchbare Resultat, dass diejenige Locomotive gar kein Nicken zeigt, bei welcher der Schwerpunkt des auf den Federn ruhenden Baues in der Verbindungslinie der Berührungspunkte derjenigen Triebräder mit den Schienen liegt, welche zu der von der Pleulstange direct angegriffenen Axe gehören.

Dieser Bedingung durch eine passende Construction zu genügen, ist unmöglich, da der ganze Bau der Locomotive und somit auch der Schwerpunkt stets oberhalb der Schienen sich befindet. Man kann daher $\frac{D}{2} - h$ nie gleich Null machen, sondern muss sich damit begnügen, den Ausdruck möglichst klein zu erhalten, d. h. den Schwerpunkt des Oberbaues möglichst tief zu legen.

Dieser Anforderung zu entsprechen gehört in die Construction des Oberbaues; wir nehmen daher den Werth von h als gegeben an, und erhalten daraus die Bedingung für Δ_r:

$$\Delta_r = L\left(1 - \frac{2h}{D}\right).$$

In der Regel liegt die Triebaxe noch unterhalb des Schwerpunk so dass h negativ, also:

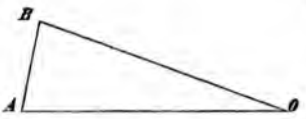
$$1 - \frac{2h}{D} > 1 \text{ und somit}$$

$$\Delta_r > L \text{ ist.}$$

Nehmen wir Null als Maximalwerth von h an, so ist dafür:

$$\Delta_r = + L.$$

Da die Richtung der positiven Xaxe nach hinten gerichtet, so also die von der Pleulstange direct angegriffene Triebaxe für diesen um die Länge der Schubstange hinter dem Schwerpunkt liegen.



Ist in beistehender Figur O die durch Schwerpunkt gehende Queraxe, $OA =$ und construiren wir das gleichschenk Dreieck AOB, worin

$$AO = OB = L, \text{ und}$$

$$AB = r = \text{dem Kurbelradius,}$$

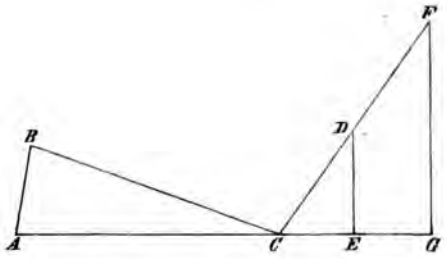
so ist AB die Stellung der Kurbel, bei welcher sich das entsprech Gleitstück in seiner mittleren Lage befindet; diese fällt also hier in durch den Schwerpunkt gehende Queraxe.

Ist $$h < 0$$

und bezeichnen wir seinen absoluten Werth mit h', so ist:

$$\Delta_r = L\left(1 + \frac{2h'}{D}\right)$$

und besteht also aus 2 The aus (siehe Figur) $AC =$ und aus AC multiplicirt mit



Wenn der Radius des Tr rades gleich R, so ist:

$$\frac{2h'}{D} = \frac{h'}{R};$$

und ist $\frac{h'}{R}$ gleich dem Cos des Winkels ECD, welchen h' mit R einschliesst, wenn R Hypotenuse und h' Kathete EC des bei E rechtwinkligen Dreiecks CED ist.

Wenn wir CD über D bis F verlängern, so dass:

$$CF = AC = L,$$

TRANSPORTATION

ıd von F auf CE das Loth FG fällen, so ist:

$$CG = L.\frac{2h'}{D};\ \text{folglich:}$$

$$AG = L\left(1 + \frac{2h'}{D}\right) = \Delta_r.$$

Construiren wir nun wieder das gleichschenklige Dreieck ACB, in m $AC = CB = L$, und:

$$AB = r,$$

ersehen wir, dass hier C die mittlere Stellung des betreffenden Gleitckes ist, und dass diese um die Strecke:

$$CG = L.\frac{2h'}{D}$$

ıter der durch die Vertical- und Queraxe gehenden Schwerpunktsebene gt. Dieser Abstand ist nun desto grösser, je grösser h', d. h. je tiefer Triebaxe unter dem Schwerpunkt liegt.

Dieser Umstand ist es, welcher es auch hier wieder der Praxis unglich machen kann, der Bedingung:

$$\Delta_r = L\left(1 - \frac{2h}{D}\right)$$

ts zu genügen, indem dadurch z. B. bei kleinen Triebrädern und damit fer Lage der Triebaxe unter dem Schwerpunkt, entweder die Länge der ıubstange zu klein, oder Δ_r zu gross ausfällt, als dass ihre Werthe für e practische Ausführung zu gebrauchen wären; wir können somit nur ı allgemeinen Grundsatz festhalten, dass man desto mehr bemüht sein ss, die Mittellage der Gleitstücke in ihren Führungslinealen hinter den ıwerpunkt zu legen, je höher dieser sich über den Triebaxen befindet.

Fassen wir nun unsere gewonnenen Resultate zusammen, so hat sich eine Locomotive mit beliebig vielen Räderpaaren, und unter diesen iebig vielen Triebräderpaaren als vortheilhaft in Bezug auf die stören- Bewegungen ergeben:

1) Starre Federn;
2) Weit nach aussen stehende Federn;
3) Die sämmtlichen Federn im Ruhezustand der Locomotive um gleich viel zusammengedrückt;
4) Nahe aneinander liegende Cylinder;
5) Grosser Triebraddurchmesser;
6) Weit nach hinten liegende von der Pleulstange angegriffene Triebaxe;

7) Weiter Radstand;

8) Kleiner Kurbelradius im Verhältniss zur Schubstangenlänge.

Ferner ergaben sich für die Grösse des Triebraddurchmessers folge Grenzen:

a) In Bezug auf das Wanken:

$$D < V_0 \frac{d_1}{\varepsilon} \sqrt{\frac{s}{g}}.$$

Wir setzen:

$$D < V_0 S_1.$$

b) In Bezug auf das Wogen und Nicken:

$$D < 2 V_0 \sqrt{\frac{s}{g}}, \text{ oder:}$$

$$D < V_0 S_2,$$

und:

$$D < V_0 \sqrt{\frac{s}{3} \frac{G}{g} \frac{l_2^2 + d_1^2}{\Delta_1^2 \mathfrak{P}_1 + \Delta_2^2 \mathfrak{P}_2 + \ldots + \Delta_n^2 \mathfrak{P}_n}};$$

oder:

$$D < V_0 S_3.$$

Ergaben diese drei Bedingungen für die Praxis zu kleine Werthe vor so konnten wir auch setzen:

$$V_0 S_1 < D < 3 V_0 S_1$$
$$V_0 S_2 < D < 3 V_0 S_2$$
$$V_0 S_3 < D < 3 V_0 S_3.$$

Es bedeuten in den obigen Formeln:

d_1 der Kesseldurchmesser;

l_2 die Kessellänge;

ε der Abstand der Federmittelebene von der durch die Längs-Verticalaxe gehenden Schwerpunktsebene;

s die Strecke, um welche sämmtliche Federn der Locomotive im Ru zustand zusammengedrückt sind;

G das Totalgewicht des Oberbaues;

$\Delta_1, \Delta_2, \ldots\ldots, \Delta_n$ die Abstände der einzelnen Axen von der durch Quer- und Verticalaxe gehenden Schwerpunktsebene;

$\mathfrak{P}_1, \mathfrak{P}_2, \ldots\ldots, \mathfrak{P}_n$ die Belastungen der entsprechenden Axen;

V_0 die der betreffenden Locomotive zukommende normale Fahrgeschw digkeit.

Wir haben bis jetzt vorausgesetzt, dass die Pleulstange an eine Triebrädern versehene Axe angreift. Ist nun diese eine sogenannte Bli

e, von der aus durch Kupplungsstangen die Triebaxen in Bewegung ge-
zt werden (Tafel IX und XI Figur 5 und 16), so findet insofern eine
nderung in der Wirkung der Kräfte statt, dass die an der direct von
r Pleulstange angegriffenen Axe wirkenden Verticalcomponenten nicht
e oben (pag. 48) von dem auf den Schienen stehenden Räderpaar auf-
nommen werden, sondern dass dieselben den auf den Federn ruhenden
u angreifen.

Die Summe dieser verticalen Componenten ist (pag. 6):

$$-(N + N_1),$$

unsere positive Zaxe von unten nach oben gerichtet ist.

Das Moment derselben in Bezug auf die Längsaxe ist:

$$-(N_1 - N)\, e.$$

Das Moment derselben in Bezug auf die Queraxe:

$$(N + N_1)\, \Delta_3.$$

Es war (pag. 44)

$$N + N_1 = P \frac{r}{L} \left\{ cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) \right\}$$

d:

$$N_1 - N = P \frac{r}{L} \left\{ cos\left(\frac{n\pi}{2} + \alpha\right) + sin\left(\frac{n\pi}{2} + \alpha\right) \right\}.$$

ldiren wir daher zu den für Locomotiven ohne Blindaxe gefundenen
sdrücken für ΣZ, X_1, und Y_1 diese Werthe von:

$$-(N + N_1),$$
$$-(N_1 - N)\, e \text{ und}$$
$$(N + N_1)\, \Delta_i$$

zu, so erhalten wir für Locomotiven mit Blindaxen:

Die Summe der verticalen Kräfte:

$$Z = -2\zeta(f_1 + f_2 + \ldots\ldots + f_n) + 2\varphi(\Delta_1 f_1 + \ldots\ldots + \Delta_n f_n).$$

Die Summe der Momente in Bezug auf die Längsaxe:

$$X_1 = -2\varepsilon^2\psi(f_1 + f_2 + \ldots\ldots + f_n).$$

Die Summe der Momente in Bezug auf die Queraxe:

$$= 2\zeta(f_1\Delta_1 + \ldots\ldots + f_n\Delta_n) - 2\psi(f_1\Delta_1^2 + \ldots\ldots + f_n\Delta_n^2) +$$
$$+ Pr\left(1 - \frac{2h}{D}\right) \left\{ cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \frac{r}{k} cos\frac{n\pi}{2} sin 2\alpha \right\}$$
$$+ h_1 \frac{8Pr}{D\pi}.$$

Daraus ersehen wir, dass das Wanken und Wogen bei einer Lo motive mit Blindaxe nur auf die Grundschwingungen reducirt wird. u zwar verschwinden auch diese, da obige Bedingungen nicht von der Fa geschwindigkeit oder dem Druck P abhängen.

Was das Nicken betrifft, so zeigt der Ausdruck von Y_1, dass dasse unabhängig ist von Δ_r; es ist also für eine derartige Locomotive v ständig gleichgültig, wo man die Blindaxe anbringt.

Die gefährlichen Geschwindigkeiten in Bezug auf das Wanken fall hier fort, bleiben jedoch in Bezug auf die gaukelnden Bewegungen d selben, da wir in $F(\alpha)$ (pag. 69) Glieder haben mit Factoren:

$$\left| \cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) \right|$$

und

$$\cos\frac{n\pi}{2} \sin 2\alpha .$$

Es ist daher für eine Locomotive mit Blindaxe gleichgültig:

1) Die Lage der Cylinder in Bezug auf ihren horizontalen Absta von einander;
2) Die Entfernung der Federmittelebenen von einander;
3) Der horizontale Abstand der Blindaxe von dem Schwerpunkt.

Dagegen ist auch hier, wie aus dem Werth von Y_1 hervorgeht. empfehlen:

1) Ein grosser Triebraddurchmesser;
2) Ein kleines Verhältniss $\frac{r}{L}$;
3) Starre Federn;
4) Weiter Radstand.

Die Grösse des Triebraddurchmessers hat die Grenzen:

$$D < V_0 S_2, \text{ und}$$
$$D < V_0 S_3;$$

oder wenn dies zu kleine Werthe für D giebt:

$$V_0 S_2 < D < 3 V_0 S_2$$
$$V_0 S_3 < D < 3 V_0 S_3.$$

Bevor wir zu dem letzten Abschnitt unserer Aufgabe übergeh d. h. einige in der Praxis gebräuchliche Systeme zu kritisiren, müssen die obigen Entwicklungen noch insofern verallgemeinern, dass sie a für Maschinen mit schräg liegenden Cylindern gültig sind.

Die Wirkung der Federkräfte wird bei diesen Locomotiven d selbe bleiben.

Die Entwicklung der übrigen Kräfte behandeln wir besonders (Tafel VIII g. 1).

Wir betrachten zuerst eine Maschine, bei der die von der Pleulstange gegriffene Axe mit Triebrädern versehen ist, und theilen hier den Kurbelkreis durch die gegen die Horizontale um den Winkel ϑ geneigte Mittellinie des Cylinders und die gegen diese senkrechte Gerade in 4 Quadranten, und nehmen wieder den links oben liegenden zum ersten an; ferner bezeichnen wir den Winkel, welchen die Kurbel der rechten Maschine mit der Mittellinie des Cylinders bildet mit α, und den Winkel, welchen ihre Pleulstange mit derselben Geraden einschliesst, mit λ.

Ganz entsprechend Obigem erhalten wir hier den resultirenden Normaldruck der Gleitstücke in ihren Führungslinealen für den $n$ten Quadranten:

$$N + N_1 = P \frac{r}{L} \left\{ \cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) \right\}.$$

Diesen zerlegen wir in die Vertical- und Horizontalcomponente:

$$(N + N_1) \cos\vartheta = P \frac{r}{L} \cos\vartheta \left\{ \cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) \right\};$$

$$(N + N_1) \sin\vartheta = P \frac{r}{L} \sin\vartheta \left\{ \cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) \right\}.$$

Das Moment der Verticalcomponente in Bezug auf die Längsaxe ist:

$$(N_1 - N) \cos\vartheta = P \frac{r}{L} e \cos\vartheta \left\{ \cos\left(\frac{n\pi}{2} + \alpha\right) + \sin\left(\frac{n\pi}{2} + \alpha\right) \right\}.$$

Das Moment der Verticalcomponente in Bezug auf die Queraxe ist:

$$-(Na + N_1 a_1) \cos\vartheta.$$

s der Figur ersieht man, dass für $\cos\lambda$ und $\cos\lambda_1 = 1$:

$$a = \Delta_r - (L - r\cos\alpha) \cos\vartheta;$$

$$a_1 = \Delta_r - (L + r\sin\alpha) \cos\vartheta;$$

dass:

$$(Na + N_1 a_1) \cos\vartheta = -P \frac{r}{L} \cos\vartheta \left[(\Delta_r - L\cos\vartheta) \left\{ \cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) \right\} - r\cos\vartheta \sin 2\alpha \cos\frac{n\pi}{2} \right].$$

Das Moment der Horizontalcomponente in Bezug auf die Queraxe wenn der Verticalabstand dieser Kraft von dem Schwerpunkt gleich h_0 der rechten und gleich h_0' bei der linken Maschine ist:

$$(Nh_0 + N_1 h_0') \sin\vartheta.$$

Aus der Figur ersieht man:

$$h_0 = h - L - r\cos\alpha, \sin\vartheta;$$

$$h_0' = h - L + r\sin\alpha, \sin\vartheta.$$

Folglich:

$$Nh_0 + N_1 h_0', \sin\vartheta = P\frac{r}{L}\sin\vartheta\left[h - L\sin\vartheta\right)\left\{\sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right)\right\} - r\sin 2\alpha\sin\vartheta\cos$$

Somit ist das resultirende Moment des Normaldrucks der Gleitst gegen ihre Führungslineale in Bezug auf die Queraxe:

$$Nh_0 + N_1 h_0', \sin\vartheta - (Na + N_1 a_1)\cos\vartheta$$

$$= P\frac{r}{L}\left[\left\{h\sin\vartheta - A_r\cos\vartheta + L\cos 2\vartheta\right\}\left\{\sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right)\right\} + r\sin 2\alpha\cos\frac{n\pi}{2}\cos\right.$$

Der Ausdruck für die Pressungen der Axen gegen ihre Gabeln staltet sich bei der um den Winkel ϑ gegen die Horizontale geneig Cylindermittellinie folgendermaassen:

Wie oben bei den horizontal liegenden Cylindern wird auch hier von der Pleulstange direct in Bewegung gesetzte Axe auf jeder Seite 3 Kraftcomponenten angegriffen, von denen die einen, deren Summe treibende Kraft ist, horizontale Richtung haben, die zweiten ihrer Ri tung nach mit den Cylindermittellinien zusammenfallen, und die drit senkrecht gegen dieselben gerichtet sind.

Die treibende Kraft bleibt hier dieselbe, und das Moment dersel in Bezug auf die Queraxe ist auch hier:

$$hP\frac{2r}{D}\left\{\cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \frac{r}{L}\cos\frac{n\pi}{2}\sin 2\alpha\right\}$$

Die in die Richtung der Cylindermittellinien fallenden Componen sind hier zwar auch gleich und entgegengesetzt den Pressungen des Damp gegen die Dampfcylinderdeckel, es wirken jedoch nur die Horizontalco ponenten derselben auf den Oberbau, während die Verticalcomponen den Druck der Triebräder gegen die Schienen beeinflussen. Die Wirku jener beiden Kräfte in Bezug auf die Bewegung des Oberbaues hebt s hier also nicht auf.

Ebenso haben die normal gegen die Cylindermittel gerichteten Co ponenten der auf die Triebaxe wirkenden Kräfte Horizontalcomponen deren Einfluss wir in Betracht ziehen müssen.

TRANSPORTATION

Wir haben nun in dem ersten Quadranten die Summe der in der ;htung der Cylindermittel wirkenden Kraftcomponenten (Tafel VIII ;ur 1)

$$-2P.$$

In dem zweiten Quadranten ist die Richtung der Componente P für linke Maschine in das Entgegengesetzte verwandelt, und ist daher ge Summe (Figur 3):

$$0.$$

In dem dritten Quadranten ist dieselbe:

$$+2P.$$

In dem vierten Quadranten:

$$0.$$

Folglich sind die Horizontalcomponenten für den $n$ten Quadranten:

$$-2P \sin\frac{n\pi}{2}\cos\vartheta;$$

l das Moment derselben in Bezug auf die Queraxe:

$$-h.2P \sin\frac{n\pi}{2}\cos\vartheta.$$

Die Summe der normal gegen die Cylindermittel gerichteten Com- ıenten ist für alle Quadranten:

$$-(N+N_1)$$

ier die Horizontalcomponente derselben:

$$-(N+N_1)\sin\vartheta$$

l ihr Moment in Bezug auf die Queraxe:

$$-hP\frac{r}{L}\left\{\cos\left(\frac{n\pi}{2}-\alpha\right)+\sin\left(\frac{n\pi}{2}-\alpha\right)\right\}\sin\vartheta.$$

Somit ist das Gesammtmoment der Pressungen der Axen gegen ihre ›eln in Bezug auf die Queraxe:

$$Ph\left[2\cos\vartheta\sin\frac{n\pi}{2}+\left(\frac{r}{L}\sin\vartheta+\frac{2r}{D}\right)\left\{\cos\left(\frac{n\pi}{2}-\alpha\right)+\right.\right.$$
$$\left.\left.+\sin\left(\frac{n\pi}{2}-\alpha\right)\right\}+2\frac{r^2}{LD}\cos\frac{n\pi}{2}\sin 2\alpha\right].$$

Endlich ist die Summe der Pressungen des Dampfes gegen die Deckel Dampfcylinder:

für den 1. Quadranten: $+2P$
„ „ 2. „ : 0

für den 3. Quadranten: $-2P$

„ „ 4. „ : 0

„ „ $n$ten „ : $+2P\sin\frac{n\pi}{2}$.

Die Verticalcomponente dieses Druckes ist:

$$-2P\sin\frac{n\pi}{2}.\sin\vartheta.$$

Das Moment desselben in Bezug auf die Queraxe ist, wie aus Figu Tafel VIII hervorgeht:

$$2P\sin\frac{n\pi}{2}.CB,$$

oder da:

$$CB = h\cos\vartheta + \Delta_r\sin\vartheta$$

gleich:

$$2P(h\cos\vartheta + \Delta_r\sin\vartheta)\sin\frac{n\pi}{2}.$$

Wir haben somit für eine Locomotive, bei welcher die Mittellinie Cylinders mit der Horizontalen den Winkel ϑ einschliesst:

Die Summe der verticalen Kräfte:

$$-G$$

$$G - 2\zeta(f_1 + \ldots + f_n) + 2\varphi(\Delta_1 f_1 + \ldots\ldots + \Delta_n f_n)$$
$$+ P\frac{r}{L}\cos\vartheta\left\{\cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right)\right\}$$
$$- 2P\sin\frac{n\pi}{2}\sin\vartheta$$

$$\Sigma Z = -2\zeta(f_1 + \ldots\ldots + f_n) + 2\varphi\,\Delta_1 f_1 + \ldots\ldots + \Delta_n f_n)$$
$$+ P\frac{r}{L}\cos\vartheta\left\{\cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right)\right\} - 2P\sin\frac{n\pi}{2}\sin\vartheta$$

Resultirendes Moment in Bezug auf die Längsaxe:

$$X_1 = 2\varepsilon^2\psi(f_1 + \ldots\ldots + f_n) + P\frac{r}{L}e\cos\vartheta\left\{\cos\left(\frac{n\pi}{2} + \alpha\right) + \right.$$
$$\left. + \sin\left(\frac{n\pi}{2} + \alpha\right)\right\} + 2Pe\sin\vartheta\sin\frac{n-1}{2}\pi$$

Resultirendes Moment in Bezug auf die Queraxe:

$$2\zeta(f_1\Delta_1 + \ldots\ldots + f_n\Delta_n) - 2\varphi(f_1\Delta_1^2 + \ldots\ldots + f_n\Delta_n^2)$$
$$+ P\frac{r}{L}\left[(h\sin\vartheta - \Delta_r\cos\vartheta + L\cos 2\vartheta)\left\{\sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right)\right\} + r\sin 2\alpha\cos 2\vartheta\cos\frac{n\pi}{2}\right.$$

$$- h_1 \frac{8\,Pr}{D\pi}$$

$$- 2P \sin\frac{n\pi}{2}\,(h\cos\vartheta - \Delta_r \sin\vartheta)$$

$$- Ph\left[2\cos\vartheta \sin\frac{n\pi}{2} + \left(\frac{r}{L}\sin\vartheta + 2\,\frac{r}{D}\right)\left\{\cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right)\right\} + 2\,\frac{r^2}{LD}\cos\frac{n\pi}{2}\sin 2\alpha\right]$$

$$= 2\zeta(f_1\Delta_1 + \ldots\ldots + f_n\Delta_n) - 2\varphi(f_1\Delta_1{}^2 + \ldots\ldots + f_n\Delta_n{}^2)$$

$$- Pr\left(\frac{\Delta_r\cos\vartheta - L\cos 2\vartheta}{L} + \frac{2h}{D}\right)\left\{\cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right)\right\}$$

$$+ P\,\frac{r^2}{LD}\sin 2\alpha\,\cos\frac{n\pi}{2}\,(D\cos 2\vartheta - 2h)$$

$$+ h_1\frac{8\,Pr}{D\pi} + 2P\sin\frac{n\pi}{2}\,.\,\Delta_r\sin\vartheta\,.$$

Vergleichen wir die hier wirkenden Kräfte mit denen, wie sie bei rizontal liegenden Cylindern auftreten, so sehen wir, dass für das Wanken:

$P\,\frac{r}{L}\,e\cos\vartheta$ zwar kleiner ist als

$P\,\frac{r}{L}\,e$, dass aber bei einem schräg liegenden Cylinder noch ein ues Kraftmoment hinzukommt:

$$+ 2Pe\sin\vartheta\,\sin\frac{n-1}{2}\pi\,;$$

dass der durch den ersten Umstand gewonnene Vortheil wieder aufhoben wird.

Für das Nicken und Wogen entsprechen obigen zwei Bedingungen:

$$D - 2h = 0$$

$$\frac{\Delta_r - L}{L} + \frac{2h}{D} = 0$$

gende zwei Gleichungen:

$$D\cos 2\vartheta - 2h = 0, \text{ und}$$

$$\frac{\Delta_r\cos\vartheta - L\cos 2\vartheta}{L} + \frac{2h}{D} = 0.$$

Diese Bedingungen könnte man in der Praxis erfüllen, wenn ϑ hinglich gross ist.

Ist

$$\vartheta = 45^0, \text{ so ist:}$$

$$\cos 2\vartheta = 0, \text{ folglich:}$$

$$h = 0.$$

Ebenso: $\Delta_r = 0.$

Nimmt man

$$\vartheta > 45^0$$

so wird $$h = \frac{D}{2} \cos 2\vartheta < 0$$

d. h. die Triebaxe kommt unter den Schwerpunkt zu liegen, so dass d sehr wohl durch die Praxis entsprochen werden kann.

Δ_r bleibt für diesen Werth von h immer gleich Null, so dass au das Moment:

$$-2P \sin\frac{n\pi}{2} . \Delta_r \sin\vartheta = 0$$

ist, und somit das Nicken ganz vermieden ist.

Auch das Wanken und Wogen würde durch ein grosses ϑ nicht sei vermehrt werden, da ebenso wie $\sin\vartheta$ mit ϑ zunimmt auch $\cos\vartheta$ m wachsendem ϑ abnimmt.

Die schräge Lage der Cylinder bringt jedoch für ein grosses ϑ ein Nachtheil mit sich, der bei allen sonstigen Vortheilen einer solchen A ordnung dieselbe als nicht brauchbar hinstellt.

Wie schon oben gesagt, wirken die verticalen Componenten der der zuerst angegriffenen Triebaxe wirkenden Kräfte derart, dass sie d Druck der Triebräder gegen die Schienen verändern. Bei der horizontal Lage der Cylinder waren diese Verticalkräfte stets nach unten gericht vermehrten somit den Druck der Triebräder gegen die Schienen, u waren wegen der Kleinheit von $tg\lambda$ resp. $tg\lambda_1$ von sehr geringem Einflu

Bei schräg liegenden Cylindern haben wir in dem ersten Quadrant zwei Verticalcomponenten nach oben gerichtet, deren Summe (Tafel V Figur 2)

$$2P \sin\vartheta.$$

Die Summe der nach unten gerichteten Verticalcomponenten ist:

$$P \frac{r}{L} \cos\vartheta (\cos\alpha + \sin\alpha).$$

Wenn nun:

$$2P \sin\vartheta > P \frac{r}{L} \cos\vartheta (\cos\alpha + \sin\alpha)$$

oder: $$2tg\vartheta > \frac{r}{L} (\cos\alpha + \sin\alpha)$$

so findet eine Entlastung der Triebaxe statt.

Der Minimalwerth von

$$\cos\alpha + \sin\alpha$$

1, für $\alpha = 0$ und $\alpha = 90^0$, so dass schon für

$$tg\,\vartheta > \frac{1}{2}\,\frac{r}{L}$$

Triebaxe zu Anfang und zu Ende des ersten Quadranten eine Zeitlang lastet wird.

Nehmen wir:

$$L = 5r,$$

ist, wenn wir ϑ_1 den Winkel nennen, dessen

$$tg\,\vartheta_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5};$$

$$\vartheta_1 = 5^0\ 43'\ 40''.$$

Der Maximalwerth von

$\cos\alpha + \sin\alpha$ für

$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ist:

$$\sqrt{2} = 1{,}4142$$

$$\alpha = 45^0.$$

Nennen wir daher den Winkel ϑ_2, dessen

$$tg\,\vartheta_2 = 1{,}4142 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5},$$

ist:

$$\vartheta_2 = 8^0\ 3'.$$

Ist also $\vartheta > 8^0\ 3'$, so findet für $\frac{r}{L} = \frac{1}{5}$ eine Entlastung der ebaxe während des ganzen ersten Quadranten statt.

Diese nach oben wirkende resultirende Verticalcomponente

$$2P\sin\vartheta - P\,\frac{r}{L}\cos\vartheta\,(\cos\alpha + \sin\alpha)$$

r im Maximum:

$$P\cos\vartheta\left(2\,tg\,\vartheta - \frac{r}{L}\right)$$

nn bei kleinem ϑ auch nur gering, wird z. B. bei

$\vartheta = 45^0$ und $\frac{r}{L} = \frac{1}{5}$ zu:

$$P\sqrt{\frac{1}{2}}\left(2 - \frac{1}{5}\right)$$

$$= 1{,}273\,P.$$

Im dritten Quadranten haben wir die nach unten gerichteten Verti componenten:

$$-P\cos\vartheta\left(2\,tg\,\vartheta + \frac{r}{L}\right)$$

$$= -P\sqrt{\frac{1}{2}}\left|2 + \frac{1}{5}\right|$$

$$= -1{,}553\,P.$$

Es findet also für $\vartheta = 45^0$ für den ersten und dritten Quadra ein Unterschied im Druck der Triebräder gegen die Schienen statt v

$$2{,}826\,P.$$

Aus diesem Grunde können wir wohl, wenn die von der Pleulsta direct angegriffene Axe mit Triebrädern versehen ist, mit Recht e schräge Lage der Cylinder als nicht vortheilhaft hinstellen.

Wendet die Praxis trotzdem vielfach schräg liegende Cylinder an wird man fast durchgehend finden, dass derartige Anordnungen nicht theoretischem Princip, sondern aus practischen Rücksichten gewählt s und dass in allen Fällen der Winkel ϑ möglichst klein gehalten ist.

Wir halten daher auch für derartige in der Praxis gebräuchlic Systeme den Grundsatz fest, dass es am vortheilhaftesten ist, die von Pleulstange direct angegriffene Triebaxe so weit als möglich nach hint zu legen.

Was die gefährlichen Geschwindigkeiten betrifft, so bleiben diese auch hier in $F(\alpha)$ Glieder mit den Coefficienten:

$$\left|\cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right)\right| \text{ und } \cos\frac{n\pi}{2}\sin 2\alpha.$$

vorkommen, dieselben.

Wir haben jedoch hier auch Glieder mit dem Coefficienten $\sin\frac{n\pi}{2}$ haben wir zu untersuchen, ob diese nicht neue gefährliche Geschwin keiten herbeiführen.

Dazu müssen wir berechnen:

$$\sum_{\alpha=0}^{\alpha=\alpha'} \text{der Sprunghöhen von } \left[\chi(\alpha)\frac{dv}{d\alpha} - \chi'(\alpha)\,v\right]$$

wenn

$$\sin\frac{n\pi}{2} = \chi(\alpha) \text{ und}$$

$$\chi'(\alpha) = 0;$$

TRANSPORTATION

$$v = \frac{1}{k} \sin k(\alpha' - \alpha), \text{ so dass:}$$

$$\frac{dv}{d\alpha} = -\cos k(\alpha' - \alpha);$$

r ist:

$$\chi\left(\frac{n\pi}{2} - 0\right) = \sin\frac{n\pi}{2},$$

$$\chi\left(\frac{n-1}{2}\pi + 0\right) = \sin\frac{n\pi}{2}.$$

Folglich:

$$\chi\left(\frac{n\pi}{2} + 0\right) = \sin\frac{n+1}{2}\pi, \text{ so dass:}$$

$$\chi\left(\frac{n\pi}{2} + 0\right) - \chi\left(\frac{n\pi}{2} - 0\right) = \sin\frac{n+1}{2}\pi - \sin\frac{n\pi}{2}$$

$$= \cos\frac{n\pi}{2} - \sin\frac{n\pi}{2}.$$

Folglich ist:

$$\sum_{\alpha=0}^{\alpha=\alpha'} \text{Sprunghöhen von } \left[\chi(\alpha)\frac{dv}{d\alpha}\right] = \sum_{s=1}^{s=n-1}\left(\sin\frac{s\pi}{2} - \cos\frac{s\pi}{2}\right)\cos k\left(\alpha' - \frac{s\pi}{2}\right)$$

$$= \cos k\alpha' \left\{\sum_{s=1}^{s=n-1} \sin\frac{s\pi}{2}\cos\frac{sk\pi}{2} - \sum_{s=1}^{s=n-1}\cos\frac{s\pi}{2}\cos\frac{sk\pi}{2}\right\}$$

$$+ \sin k\alpha' \left\{\sum_{s=1}^{s=n-1} \sin\frac{s\pi}{2}\sin\frac{sk\pi}{2} - \sum_{s=1}^{s=n-1}\cos\frac{s\pi}{2}\sin\frac{ks\pi}{2}\right\}.$$

Vergleichen wir dies mit der Entwicklung pag. 86, so ersehen wir, ss auch hier die Geschwindigkeit eine sogenannte gefährliche wird, wenn $\frac{k\pi}{2} = 0$, also k gleich einer ungeraden Zahl ist.

Wir behalten also in dieser Beziehung dieselben Bedingungen als bei rizontal liegenden Cylindern.

Endlich bleibt uns noch der Fall zu betrachten, dass bei schräg lie- nden Cylindern die von der Pleulstange direct angegriffene Axe eine ndaxe ist. Eine solche überträgt die an sie wirkenden Verticalcompo- nten nicht auf Triebräder, sondern auf den Oberbau, so dass der Haupt- chtheil der schrägen Lage der Cylinder, die zeitweise Entlastung und berlastung der Triebräder, durch eine Blindaxe vollständig beseitigt wird.

Die Werthe von ΣZ, X_1 und Y_1 erhalten wir für eine der Maschine, wenn wir zu den für die Maschine ohne Blindaxe erhal Ausdrücken noch die auf die Blindaxe wirkenden Verticalcompon resp. ihre Momente in Bezug auf die Längs- und Queraxe hinzuad

Die Summe der Verticalcomponenten für den $n$ten Quadranten

$$-2P \sin\frac{n\pi}{2} \sin\vartheta - (N + N_1)\cos\vartheta, \text{ oder:}$$

$$-2P \sin\frac{n\pi}{2} \sin\vartheta - P\frac{r}{L}\cos\vartheta \left\{ \cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right.\right.$$

Die Summe ihrer Momente in Bezug auf die Längsaxe ist:

$$-2P e \sin\vartheta \sin\frac{n-1}{2}\pi - (N_1 - N) e \cos\vartheta, \text{ also:}$$

$$-2P e \sin\vartheta \sin\frac{n-1}{2}\pi - P\frac{r}{L} e\cos\vartheta \left\{ \cos\left(\frac{n\pi}{2} + \alpha\right) + \sin\left(\frac{n\pi}{2} +\right.\right.$$

Die Summe ihrer Momente in Bezug auf die Queraxe ist:

$$-\Delta_r 2P \sin\frac{n\pi}{2} \sin\vartheta + \Delta_r (N_1 + N)\cos\vartheta, \text{ also:}$$

$$-2P\Delta_r \sin\frac{n\pi}{2} \sin\vartheta + P\frac{r}{L}\Delta_r \cos\vartheta \left\{ \cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{n\pi}{2} -\right.\right.$$

Addiren wir nun diese Werthe zu den obigen von ΣZ, X_1 u so erhalten wir für eine Maschine mit Blindaxe und schräg lieg Cylindern, deren Mittellinien mit der Horizontalen den Winkel schliessen:

$$\Sigma Z = -2\zeta(f_1 + \ldots\ldots + f_n) + 2\varphi(f_1\Delta_1 + \ldots\ldots + f_n\Delta_n);$$

$$X_1 = 2\varepsilon^2\psi(f_1 + \ldots\ldots + f_n);$$

$$Y_1 = 2\zeta(f_1\Delta_1 + \ldots\ldots + f_n\Delta_n) - 2\varphi(f_1\Delta_1^2 + \ldots\ldots + f_n\Delta$$

$$+ P\frac{r^2}{LD}(D\cos 2\vartheta - 2h) \left\{ \cos\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{n\pi}{2} - \alpha\right) +\right.$$

$$\left. + \sin 2\alpha \cos\frac{n\pi}{2} \right\} + h$$

Daraus ersehen wir, dass, wenn

$$D\cos 2\vartheta = 2h, \text{ oder:}$$

$$\cos 2\vartheta = \frac{h}{R}$$

sowohl das Wogen, Wanken als auch das Nicken auf die Grundschwi reducirt sind, und sogar ganz verschwinden, da obige Bedingunge von der Fahrgeschwindigkeit oder dem Druck P abhängen.

TRANSPORTATION

Δ_r ist aus der Rechnung gefallen, so dass die Lage der Blindaxe in ug auf den ruhigen Gang der Locomotive gleichgültig ist; die Bedingung:

$$D\cos 2\vartheta = 2h$$

practisch erfüllbar, so dass uns die Theorie in der That hiermit eine ordnung giebt, für welche die sämmtlichen störenden Bewegungen des rbaues herrührend von dem Wirken innerer Kräfte aufgehoben sind.

Da jedoch für die practische Ausführung eines solchen Systems h nur angenähert zu bestimmende Grösse ist, und sich mit dem Wasser- d im Kessel verändert, so wird man eine vollkommene Ruhe mit Sicher- nicht erreichen können, so dass es gerathen erscheint, auch für diesen die Grenzen von D in Bezug auf die gefährlichen Geschwindigkeiten uhalten.

Von einem solchen in Bezug auf Stabilität jedenfalls vorzüglichsten em finden wir in der Praxis leider gar keinen Vertreter. Hoffentlich hierfür nicht zu grosse Constructionsschwierigkeiten, die sich der führung desselben entgegensetzen, sondern ist nur der Umstand der nd gewesen, dass man die Vorzüge einer derartigen Anordnung nicht unt hatte. Mögen dann diese theoretisch wenigstens wichtig scheinen- Resultate die Praxis veranlassen, durch wirkliche Ausführungen den th derselben zu erproben.

Wir wenden uns jetzt zu dem letzten Theil unserer Aufgabe, zur:

KAPITEL III.

Beurtheilung verschiedener in der Praxis gebräuchlichen Systeme.

Wir haben auf Tafel IX bis XI 18 Skizzen von verschiedenen Loco- vsystemen gegeben, und wollen zuerst die Urheber derselben, und die nserer Kritik nöthigen Daten zusammenstellen:

Figur 1.

Stephenson, Newcastle.

$\Delta_r = \Delta_1 = 0{,}712^m$ $\quad \mathfrak{P}_1 = 5{,}5$ Tonnen à 1016 Kilogr.

$\Delta_2 = -0{,}813^m$ $\quad \mathfrak{P}_2 = 3{,}5$ „

$D = 1{,}525^m$; $\quad l_2 = 3{,}25$; $\quad G = 9$ Tonnen.

Figur 2.

Stephenson, Newcastle.

$$\Delta_1 = 1{,}74 \qquad \mathfrak{P}_1 = 2$$
$$\Delta_r = \Delta_2 = 0{,}286 \qquad \mathfrak{P}_2 = 5$$
$$\Delta_3 = -1{,}086 \qquad \mathfrak{P}_3 = 4{,}5$$
$$G = 11{,}5$$
$$D = 1{,}525; \qquad l_2 = 3{,}5$$

Figur 3.

Wilson, Leeds.

$$\Delta_1 = 2{,}37 \qquad \mathfrak{P}_1 = 6{,}5$$
$$\Delta_r = \Delta_2 = 0{,}16 \qquad \mathfrak{P}_2 = 12{,}75$$
$$\Delta_3 = -2{,}052 \qquad \mathfrak{P}_3 = 8{,}5$$
$$G = 27{,}75$$
$$D = 1{,}83; \qquad l_2 = 5$$

Figur 4.

Hawthorn, Newcastle.

$$\Delta_1 = 2{,}694 \qquad \mathfrak{P}_1 = 5{,}5$$
$$\Delta_r = \Delta_2 = 0{,}381 \qquad \mathfrak{P}_2 = 10{,}5$$
$$\Delta_3 = -1{,}779 \qquad \mathfrak{P}_3 = 11$$
$$G = 27$$
$$D = 2{,}135; \qquad l_2 = 5{,}5$$

Figur 5.

Stephenson, Newcastle.

$$\Delta_1 = 2{,}58 \qquad \mathfrak{P}_1 = 10$$
(Blindaxe) $$\Delta_2 = -0{,}929 \qquad \mathfrak{P}_2 = 8{,}125$$
$$\Delta_3 = -2{,}301 \qquad \mathfrak{P}_3 = 8{,}125$$
$$G = 26{,}25$$
$$D = 1{,}83 \qquad l_2 = 5{,}25$$

Figur 6.

Kitson, Leeds.

$$\Delta_1 = 2{,}7; \quad \Delta_2 = \Delta_r = 0{,}9; \quad \Delta_3 = -$$
$$D = 1{,}83; \quad l_2 = 5{,}5$$

Figur 7.

Sharp, Manchester.

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= 1{,}785 & \mathfrak{P}_1 &= 8{,}75 \\ \Delta_r = \Delta_2 &= 0{,}190 & \mathfrak{P}_2 &= 9 \\ \Delta_3 &= -2{,}02 & \mathfrak{P}_3 &= 8{,}5 \\ & & G &= 26{,}25 \end{aligned}$$

$$D = 1{,}525; \quad l_2 = 6$$

Figur 8.

Gooch, Swindon.

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= 2{,}914 & \mathfrak{P}_1 &= 10{,}625 \\ \Delta_r = \Delta_2 &= 0{,}576 & \mathfrak{P}_2 &= 10{,}625 \\ \Delta_3 &= -1{,}091 & \mathfrak{P}_3 &= 7{,}5 \\ \Delta_4 &= -2{,}101 & \mathfrak{P}_4 &= 7{,}5 \\ & & G &= 36{,}25 \end{aligned}$$

$$D = 1{,}83 \quad l_2 = 5{,}5$$

Figur 9.

Sturrock, Doncaster by Wilson.

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= 2{,}543 & \mathfrak{P}_1 &= 7{,}5 \\ \Delta_r = \Delta_2 &= 0{,}179 & \mathfrak{P}_2 &= 11{,}5 \\ \Delta_3 &= -2{,}185 & \mathfrak{P}_3 &= 10{,}5 \\ & & G &= 29{,}5 \end{aligned}$$

$$D = 1{,}525; \quad l_2 = 5{,}5$$

Figur 10.

Bury, Liverpool.

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= 1{,}27 & \mathfrak{P}_1 &= 10{,}5 \\ \Delta_r = \Delta_2 &= -1{,}476 & \mathfrak{P}_2 &= 7{,}75 \\ & & G &= 18{,}25 \end{aligned}$$

$$D = 1{,}526; \quad l_2 = 6$$

Figur 11.

Adams, London.

$$\begin{aligned} \Delta_r = \Delta_1 &= 1{,}194 & \mathfrak{P}_1 &= 7 \\ \Delta_2 &= -1{,}856 & \mathfrak{P}_2 &= 4{,}5 \\ & & G &= 11{,}5 \end{aligned}$$

$$D = 1{,}525; \quad l_2 = 4{,}5$$

Figur 12.

Robertson, Glasgow.

$$A_1 = 2{,}158 \quad \mathfrak{P}_1 = 4$$
$$A_r = A_2 = -0{,}023 \quad \mathfrak{P}_2 = 9.5$$
$$A_3 = -1{,}603 \quad \mathfrak{P}_3 = 5{,}5$$
$$G = 19$$
$$D = 1{,}825; \quad l_2 = 4{,}75$$

Figur 13.

Stephenson, Newcastle.

$$A_r = A_1 = 2{,}446 \quad \mathfrak{P}_1 = 12$$
$$A_2 = -0{,}279 \quad \mathfrak{P}_2 = 6$$
$$A_3 = -2{,}414 \quad \mathfrak{P}_3 = 5{,}5$$
$$G = 23{,}5$$
$$D = 1{,}83; \quad l_2 = 5{,}75$$

Figur 14.

Crampton, London.

$$A_r = A_1 = 2{,}44 \quad \mathfrak{P}_1 = 11{,}5$$
$$A_2 = 0{,}127 \quad \mathfrak{P}_2 = 4$$
$$A_3 = -2{,}414 \quad \mathfrak{P}_3 = 11{,}5$$
$$G = 27$$
$$D = 2{,}53; \quad l_2 = 5{,}5$$

Figur 15.

Allan, Crewe.

$$A_1 = 2{,}134 \quad \mathfrak{P}_1 = 3{,}5$$
$$A_r = A_2 = 0{,}152 \quad \mathfrak{P}_2 = 9{,}75$$
$$A_3 = -1{,}525 \quad \mathfrak{P}_3 = 5{,}75$$
$$G = 19$$
$$D = 1{,}83; \quad l_2 = 4{,}5$$

Figur 16.

Sinklair, Glasgow.

$$D = 1{,}398.$$

Figur 17.

Sinklair, Glasgow.

$D = 1{,}398.$

Figur 18.

Allan, Crewe.

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= 2{,}48 & \mathfrak{P}_1 &= 4{,}75 \\ \Delta_r = \Delta_2 &= -0{,}101 & \mathfrak{P}_2 &= 9 \\ \Delta_3 &= -1{,}726 & \mathfrak{P}_3 &= 5{,}75 \\ & & G &= 19{,}5 \\ D &= 1{,}525; & l_2 &= 4{,}5 \end{aligned}$$

Die Skizzen nebst den dazu gehörigen Daten sind aus Clark's Rail- y Machinery entnommen.

Wir hatten oben pag. 10 gezeigt, dass das Maximum der Zugkraft er Locomotive die Grösse der Reaction nicht überschreiten kann, welche rch die Reibung der Triebräder gegen die Schienen hervorgerufen wird.

Nehmen wir im Durchschnitt

$$f = \frac{1}{4},$$

d nennen die Summe der Triebräderbelastungen $\mathfrak{P}$, so ist für System:

1) $f\mathfrak{P} = \frac{1}{4} . 5{,}5 = 1{,}375$

2) $f\mathfrak{P} = \frac{1}{4} . 5 = 1{,}25$

3) $f\mathfrak{P} = \frac{1}{4} . 12{,}75 = 3{,}1875$

4) $f\mathfrak{P} = \frac{1}{4} . 10{,}5 = 2{,}625$

5) $f\mathfrak{P} = \frac{1}{4} . 10 = 2{,}5$

7) $f\mathfrak{P} = \frac{1}{4} (8{,}75 + 9 + 8{,}5) = 6{,}5625$

8) $f\mathfrak{P} = \frac{1}{4} (10{,}625 + 10{,}625) = 5{,}3125$

9) $f\mathfrak{P} = \frac{1}{4} (7{,}5 + 11{,}5 + 10{,}5) = 7{,}375$

10) $f\mathfrak{P} = \frac{1}{4} (10{,}5 + 7{,}75) = 4{,}5625$

11) $f\mathfrak{P} = \frac{1}{4} . \ 7 \qquad = 1{,}75$

12) $f\mathfrak{P} = \frac{1}{4} . \ 9{,}5 \qquad = 2{,}375$

13) $f\mathfrak{P} = \frac{1}{4} . 12 \qquad = 3$

14) $f\mathfrak{P} = \frac{1}{4} . 11{,}5 \qquad = 2{,}875$

15) $f\mathfrak{P} = \frac{1}{4} . \ 9{,}75 \qquad = 2{,}437$

18) $f\mathfrak{P} = \frac{1}{4} . (4{,}75 + 9) = 3{,}4375$

Hiermit haben wir die Maxima der Widerstände, welche die schiedenen Systeme überhaupt zu überwinden im Stande sind, ausged in Tonnen à 1016 Kilogr.

Um nun jene Anordnungen in Betreff ihrer Stabilität zu beurth sei es das Erste, sie nach den pag. 101 aufgestellten allgemeinen G sätzen zu prüfen.

Das erste Verlangen, der Locomotive starre Federn zu geben, nicht von dem System des Unterbaues ab, und liegen uns auch bestimmte Daten vor, von denen aus wir sichere Resolutionen m könnten.

Was den zweiten Punkt betrifft, die Federn weit nach ausse bringen, so sehen wir unter unseren Skizzen einige Anordnungen denen durch einen äusseren Rahmen dieser Vortheil erzielt ist. Beso zeichnen sich dadurch die Constructionen Fig. 1, 2, 4 und 9 aus denen die Lagerung der sämmtlichen Axen in den äusseren Rahmen legt ist, während dies in Fig. 3, 6, 14, 15, 18 nur theilweise der Fa

Der Vortheil, den dieser Umstand mit sich bringt, ist, wie wir gezeigt haben, der, dass die störende Bewegung des Wankens ve dert wird.

In Bezug auf das Wanken sind ferner die Systeme 1—10 den üb vorzuziehen wegen der innen liegenden und in Folge dessen näher a ander liegenden Cylinder.

Die in Fig. 5 und 16 gegebenen Anordnungen werden wege Blindaxe gar kein Wanken wie auch kein Wogen zeigen.

Die Grösse des Triebraddurchmessers hängt im Allgemeinen mit Uebelstand zusammen, dass dadurch der Schwerpunkt des Oberbaue deutend hoch zu liegen kommt, ausser wenn die Triebaxe hinter die F büchse gelegt wird, und damit die Lage des Kessels unabhängig von dies

Die einzige Construction, in welcher dieser Umstand berücksichtigt ist die in Fig. 14 dargestellte Crampton'sche Locomotive.

Wenngleich nun diese den Nachtheil hat, dass sie in Folge der weit hinten verlegten Triebaxe im Verhältniss zu ihrem totalen Gewicht geringe Zugkraft besitzt, wie wir aus der obigen Zusammenstellung hen können, so gewährt sie doch nicht allein den Vortheil, dass sie einem grossen Triebraddurchmesser eine tiefe Lage des Schwerpunktes Oberbaues ermöglicht, sondern es ist auch in ihr die Bedingung rea-t, durch welche die störende Bewegung des Nickens auf ein Minimum racht wird. Es befindet sich nämlich die Mittellage der Gleitstücke in n Führungslinealen hinter dem Schwerpunkt des Oberbaues, so dass igstens angenähert die Bedingung erfüllt ist:

$$\Delta_r = L\left(1 - \frac{2h}{D}\right)$$

übrigen Constructionen, bei denen man, sei es nun, um dadurch bei selben Kolbengeschwindigkeit die Fahrgeschwindigkeit der Locomotive vergrössern, sei es, um die störenden Bewegungen zu schwächen, grosse ebräder angebracht hat, haben zugleich den Nachtheil eines hochliegenden rbaues, und werden schon wegen dieses Umstandes ein stärkeres Nicken gen. Letzteres wird noch bedeutend dadurch vermehrt, dass, wie in ordnung Fig. 1, 2, 3, 4, 12 und 15, die meist belastete Axe ganz in Nähe des Schwerpunktes gerückt ist, indem dadurch der Nenner k_2^2

$$\Delta_1^2 \mathfrak{P}_1 + \Delta_2^2 \mathfrak{P}_2 + \ldots\ldots + \Delta_n^2 \mathfrak{P}_n$$

en sehr kleinen Werth annimmt, und endlich dadurch, dass, wie es ser bei Crampton und vielleicht noch Stephenson Fig. 13 und ams Fig. 11 bei allen Constructionen geschehen ist, auf die Bedingung Δ_r gar keine Rücksicht genommen, sondern die Cylinder nach vorn die von der Pleulstange angegriffene Axe in die Mitte gelegt ist.

Wenngleich nun derartige Constructionen in Bezug auf die Stabilität chaus nicht zu empfehlen sind, so finden wir gerade diese in der Praxis meisten vertreten.

Der Grund dazu ist wohl der, dass das Gewicht des Oberbaues für Zugkraft der Locomotive am vortheilhaftesten ausgenutzt wird, wenn n die Triebaxe möglichst in die Nähe des Schwerpunktes bringt.

So ist z. B. das Verhältniss

$\frac{\mathfrak{P}}{G}$ für Crampton (Fig. 14) $= 0{,}426$

$\frac{\mathfrak{P}}{G}$ für Stephenson (Fig. 13) = 0.511

$\frac{\mathfrak{P}}{G}$ für Robertson (Fig. 12) = 0.579.

Will man daher auf Kosten der Stabilität mit einem Paar Tr… eine möglichst grosse Zugkraft erzielen, so sind die Systeme zu … bei denen die Triebaxe in der Nähe des Schwerpunktes liegt; frag… jedoch, welches System den ruhigsten Gang besitzt, so stehen jed… die Crampton'sche Locomotive in erster Ordnung.

Diese eignet sich daher ganz vorzüglich zur Courierzuglo… welche sie geringere Lasten mit grösster Geschwindigkeit f… bestimmt ist und wir finden sie auch besonders in Frankreich … Weise mit dem besten Erfolg angewendet.

Genügt nun bei einer ebenfalls grossen Geschwindigkeit die Z… der Crampton'schen Locomotive nicht, so ist es jedenfalls vor… zwei Paar Triebräder anzuwenden, und dieselben möglichst hinter Schwerpunkt zu lassen, wie dies bei den Systemen Kitson Fig. … Gooch (Fig. 8) geschehen ist, als dass man einfach die eine Triebax… den Schwerpunkt gebracht hat.

Was nun endlich die Weite des Radstandes betrifft, so kann … Allgemeinen sagen, dass die Systeme Fig. 1, 6, 10, 11 und 13 den … nachstehen, welche hinter der Feuerbüchse noch ein Paar sei es oder Triebräder haben.

Zum Schluss wollen wir noch die für das Wanken, Wogen und … grössten gefährlichen Geschwindigkeiten bestimmen, und damit für System die Grenzen der in Betreff der Stabilität zulässigen Fahrgesc… digkeit angeben.

Dazu ist es vor Allem zuerst nöthig, dass wir uns überzeugen, … weit bei den practischen Ausführungen der Bedingung:

$$\Delta_1 \mathfrak{P}_1 + \Delta_2 \mathfrak{P}_2 + \ldots\ldots + \Delta_n \mathfrak{P}_n = 0$$

entsprochen ist, welche wir als Voraussetzung bei unseren obigen … wicklungen angenommen haben.

Es ist:

$$\Delta_1 \mathfrak{P}_1 + \Delta_2 \mathfrak{P}_2 + \ldots\ldots + \Delta_n \mathfrak{P}_n \text{ für}$$

Fig. 1) $5{,}5 \,.\, 0{,}712 - 3{,}5 \,.\, 0{,}813 = 1{,}06$

„ 2) $1{,}736 \,.\, 2 + 0{,}286 \,.\, 5 - 1{,}086 \,.\, 4{,}5 = 0{,}15$

„ 3) $2{,}37 \,.\, 6{,}5 + 0{,}159 \,.\, 12{,}75 - 2{,}052 \,.\, 8{,}5 = -0{,}05$

„ 4) $2{,}694 \,.\, 5{,}5 + 0{,}381 \,.\, 10{,}5 - 1{,}779 \,.\, 11 = 0{,}75$

TRANSPORTATION

Fig. 5) $2{,}58 \cdot 10 - 0{,}929 \cdot 8{,}125 - 2{,}301 \cdot 8{,}125 = 1{,}66$

„ 7) $1{,}725 \cdot 8{,}75 + 0{,}19 \cdot 9 - 2{,}019 \cdot 8{,}5 = -0{,}032$

„ 8) $(2{,}914 + 0{,}576)\,10{,}625 - (1{,}091 + 2{,}101)\,7{,}5 = 5{,}43$

„ 9) $2{,}543 \cdot 7{,}5 + 0{,}179 \cdot 11{,}5 - 2{,}185 \cdot 10{,}5 = -1{,}82$

„ 10) $1{,}269 \cdot 10{,}5 - 1{,}476 \cdot 7{,}75 = 2{,}07$

„ 11) $1{,}194 \cdot 7 - 1{,}856 \cdot 4{,}5 = 0{,}006$

„ 12) $2{,}158 \cdot 4 + 0{,}023 \cdot 9{,}5 - 1{,}603 \cdot 5{,}5 = 0{,}13$

„ 13) $1{,}246 \cdot 2 - 0{,}279 \cdot 6 - 2{,}414 \cdot 5{,}5 = 0{,}001$

„ 14) $2{,}440 \cdot 11{,}5 - 0{,}127 \cdot 4 - 2{,}414 \cdot 11{,}5 = 0{,}35$

„ 15) $2{,}134 \cdot 3{,}5 + 0{,}152 \cdot 9{,}75 - 1{,}525 \cdot 5{,}75 = 0{,}18$

„ 18) $2{,}136 \cdot 4{,}75 - 0{,}101 \cdot 9 - 1{,}726 \cdot 5{,}75 = 0{,}13$

Wir hatten den Ausdruck:

$$_1{}^2 \text{ resp. } k_2{}^2 = \frac{1}{2}(m_2 + n_1) \pm \sqrt{\frac{1}{4}(m_2 + n_1)^2 + n_2 m_1 - m_2 n_1}$$

rin:

$$m_1 = \frac{2(\Delta_1 f_1 + \ldots\ldots + \Delta_n f_n)}{B\omega^2};$$

$$n_2 = \frac{2(\Delta_1 f_1 + \ldots\ldots + \Delta_n f_n)}{M\omega^2};$$

$$m_2 = \frac{2(f_1 + f_2 + \ldots\ldots + f_n)}{M\omega^2};$$

$$n_1 = \frac{2(f_1 \Delta_1{}^2 + \ldots\ldots + f_n \Delta_n{}^2)}{B\omega^2}$$

durch vereinfacht, dass wir $n_2 m_1$ gegen $m_2 n_1$ vernachlässigten.

Es ist:

$$m_1 n_2 = \frac{4}{BM\omega^2}(\Delta_1 f_1 + \ldots\ldots + \Delta_n f_n)^2$$

$$m_2 n_1 = \frac{4}{BM\omega^2}(f_1 + \ldots\ldots + f_n)(f_1 \Delta_1{}^2 + \ldots\ldots + f_n \Delta_n{}^2)$$

$$f_1 + f_2 + \ldots\ldots + f_n = \frac{G}{2s} = \frac{G}{0{,}08} = 100\,\frac{G}{8}.$$

Ferner ist für die einzelnen Systeme:

$$\Delta_1{}^2 f_1 + \Delta_2{}^2 f_2 + \ldots\ldots + \Delta_n{}^2 f_n = \frac{1}{2s}(\Delta_1{}^2 \mathfrak{P}_1 + \ldots\ldots + \Delta_n{}^2 \mathfrak{P}_n)$$

$$\Delta_1 f_1 + \Delta_2 f_2 + \ldots\ldots + \Delta_n f_n = \frac{1}{2s}(\Delta_1 \mathfrak{P}_1 + \ldots\ldots + \Delta_n \mathfrak{P}_n),$$

) dass es sich darum handelt, ob:

[illegible] $\Delta_1 \xi_1^2$ gegen $G \Delta_1^2 \xi_1$ — [illegible]

[illegible]

[illegible]

	$\Delta_1^2 \xi_1$	$\Delta_2^2 \xi_2$	[illegible]
[illegible]	[illegible]	7 [illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	9 [illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	10 [illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	11 [illegible]	[illegible]

[illegible] für die einzelnen Systeme $G \Delta_1^2 \xi_1$ — [illegible] $\Delta_n \xi_n^2$ vergleichen, so ersehen wir [illegible] letzteres gegen ersteres vernachlässigen und [illegible] in der Praxis vorkommenden Systeme setzen [illegible]

$$k_1^2 = m_2 \text{ und:}$$

$$k_2^2 = n_1.$$

In Betreff des Wankens war:

$$k^2 = \frac{2g}{s}\left(\frac{\varepsilon}{d_1}\right)^2\left(\frac{D}{V}\right)^2.$$

[illegible] der Abstand der Federmittel von der Mittelebene der L[illegible] und d_1 der Kesseldurchmesser ist.

Sind die Federn mit einem inneren Rahmen verbunden, so [illegible]

$$d_1 = 2\varepsilon, \text{ also:}$$

$$\frac{\varepsilon}{d_1} = 0{,}5.$$

Sind die Axen alle in einem äusseren Rahmen gelagert, so setze

$$d_1 = 1{,}75\,\varepsilon; \text{ also}$$

$$\frac{\varepsilon}{d_1} = \frac{1}{1{,}75} = \frac{4}{7}.$$

Sind die Axen theils in einem äusseren theils in einem inneren [illegible] gelagert, so gehen wir auf den ersten Ausdruck für k^2 pag. 50

$$k^2 = \frac{2\varepsilon^2(f_1 + f_2 + \ldots + f_n)}{A \cdot \omega^2}$$

zurück, welcher galt, wenn die Mittelebenen der Federn sämmtlic[illegible] Abstand ε von der Mittelebene der Locomotive hatten. Hat nun ein

selben den Abstand ε, der andere den Abstand ε_1 von jener Ebene, so wie man aus der Herleitung von k^2 leicht ersehen kann, k^2 den Werth:

$$k^2 = \frac{2\left\{\varepsilon^2(f_1 + \ldots + f_r) + \varepsilon_1{}^2(f_{r+1} + \ldots + f_n)\right\}}{A\omega^2};$$

rin die Axen von 1 bis r denen im inneren, die von r bis n den im sseren Rahmen gelagerten Axen entsprechen.

Setzen wir nun wieder:

$$A = \frac{d_1{}^2}{8} \cdot \frac{G}{g}; \text{ und}$$

$$\omega = 2\,\frac{V}{D};$$

ner

$$f_1 = \frac{\mathfrak{P}_1}{2s}; \quad f_2 = \frac{\mathfrak{P}_2}{2s}; \ldots; \quad f_n = \frac{\mathfrak{P}_n}{2s}.$$

erhalten wir:

$$= \frac{2g}{s}\left(\frac{V}{D}\right)^2\left\{\left(\frac{\varepsilon}{d_1}\right)^2 \frac{\mathfrak{P}_1 + \mathfrak{P}_2 + \ldots + \mathfrak{P}_r}{G} + \left(\frac{\varepsilon_1}{d_1}\right)^2 \frac{\mathfrak{P}_{r+1} + \ldots + \mathfrak{P}_n}{G}\right\}.$$

Da nun die grösste der gefährlichen Geschwindigkeiten in Bezug auf s Wanken für

$$k^2 = 4$$

ttfindet, so ist dieselbe

für innere Rahmen:

$$V_1 = D\sqrt{\frac{g}{8s}} = 5{,}567\,D$$

für äussere Rahmen:

$$V_1 = \frac{2}{7}\sqrt{\frac{2g}{s}} = 6{,}324\,.\,D$$

für äussere und innere Rahmen:

$$_1 = D\sqrt{\frac{g}{2s}\left\{0{,}25\,\frac{\mathfrak{P}_1 + \ldots + \mathfrak{P}_r}{G} + 0{,}325\,\frac{\mathfrak{P}_{r+1} + \ldots + \mathfrak{P}_n}{G}\right\}}.$$

Für das Wogen und Nicken trat die grösste gefährliche Geschwindigkeit ein, wenn:

$$\frac{2(f_1 + f_2 + \ldots + f_n)}{M\omega^2} = \frac{g}{s}\,\frac{D^2}{4V^2} = 1$$

d wenn:

$$\Delta_1{}^2\mathfrak{P}_1 + \ldots + \Delta_n{}^2\mathfrak{P}_n = \frac{s}{g}\,\frac{G}{12}\,(l_2{}^2 + d_1{}^2)\,\frac{4V^2}{D^2}.$$

Wenn wir daher d_1^2 gegen l_2^2 vernachlässigen, und im Mittel setze

$$s = 0{,}04\ \text{m},$$

so sind:

$$V_2 = \frac{1}{2} D \sqrt{\frac{g}{s}} = 7{,}79\, D$$

und:

$$V_3 = 27{,}386 \frac{D}{l_2} \sqrt{\frac{\Delta_1^2 \mathfrak{P}_1 + \Delta_2^2 \mathfrak{P}_2 + \cdots + \Delta_n^2 \mathfrak{P}_n}{G}}.$$

Hiernach ist folgende Tabelle für die einzelnen Systeme zusammengestellt:

	V_1	V_2	V_3
Fig. 1	9,64	12,2	9,6
„ 2	9,64	12,2	11,78
„ 3	11,5	14,64	16,16
„ 4	12,98	18,1	22,82
„ 5	(Blindaxe)	14,64	19,18
„ 6	?	14,63	?
„ 7	8,5	12,2	10,7
„ 8	10,2	14,64	17,36
„ 9	9,64	12,2	14,25
„ 10	8,5	12,2	9,33
„ 11	8,5	12,2	13,04
„ 12	10,05	14,6	13,7
„ 13	10,2	14,64	11,56
„ 14	15,2	20,24	28,2
„ 15	10,74	14,64	14,24
„ 16	(Blindaxe)	11,2	?
„ 17	7,78	11,2	?
„ 18	9,3	12,2	12,15

Wenn wir nun bedenken, dass für das Wanken, Wogen und Nick erst wieder:

$$\frac{V_1}{3}, \frac{V_2}{3} \text{ und } \frac{V_3}{3}$$

gefährliche Geschwindigkeiten sind, so können wir den für die verschiedenen Systeme vortheilhaftesten normalen Geschwindigkeiten V_0 folgende Grenzen setzen:

TRANSPORTATION

Figur 1.
Personenzuglocomotive
$V_0 > 12{,}2$.

Figur 2.
Personenzuglocomotive
$V_0 > 12{,}2$.

Figur 3.
Schnellzuglocomotive
$V_0 > 16{,}16$.

Figur 4.
Schnellzuglocomotive
$12{,}98 < V_0 < 18{,}14$.

Figur 5.
Schnellzuglocomotive
$14{,}64 < V_0 < 19{,}18$.

Figur 6.
Schnellzuglocomotive
$V_0 > 14{,}64$.

Figur 7.
Güterzuglocomotive
$4{,}05 < V_0 < 8{,}5$.

Figur 8.
Personenzuglocomotive
$14{,}64 < V_0 < 17{,}36$.

Figur 9.
Güterzuglocomotive
$4{,}75 < V_0 < 9{,}64$.

Figur 10.
Personenzuglocomotive
$V_0 > 12{,}2$.

Figur 11.
Personenzuglocomotive
$V_0 > 13{,}04$.

Figur 12.
Schnellzuglocomotive
$V_0 > 14{,}6$.

Figur 13.
Schnellzuglocomotive
$V_0 > 14{,}64$.

Figur 14.
Courierzuglocomotive
$15{,}2 < V_0 < 20{,}24$.

Figur 15.
Schnellzuglocomotive
$V_0 > 14{,}64$.

Figur 16.
Güterzuglocomotive
$3{,}73 < V_0 < 7{,}78$.

Figur 17.
Güterzuglocomotive
$3{,}73 < V_0 < 7{,}78$.

Figur 18.
Personenzuglocomotive
$V_0 > 12{,}2$.

Druck von Pöschel & Trepte in Leipzig.

TRANSPORTATION

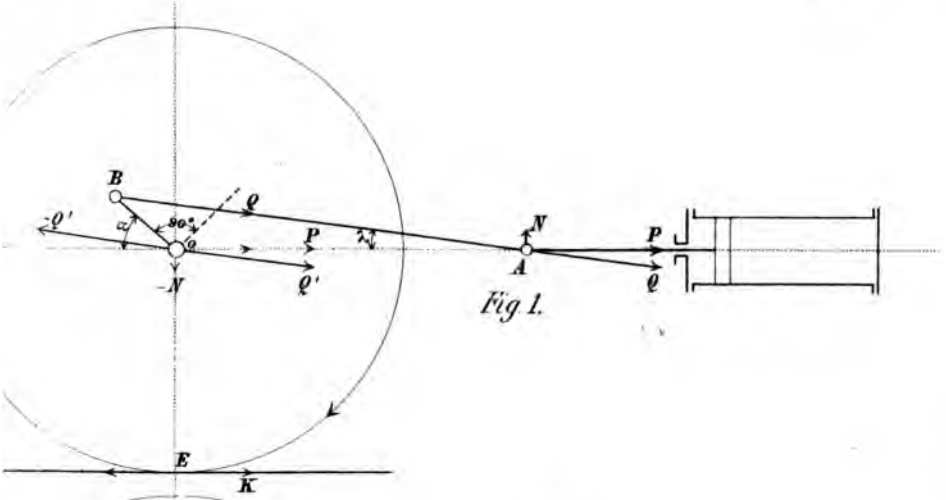


Fig. 1.

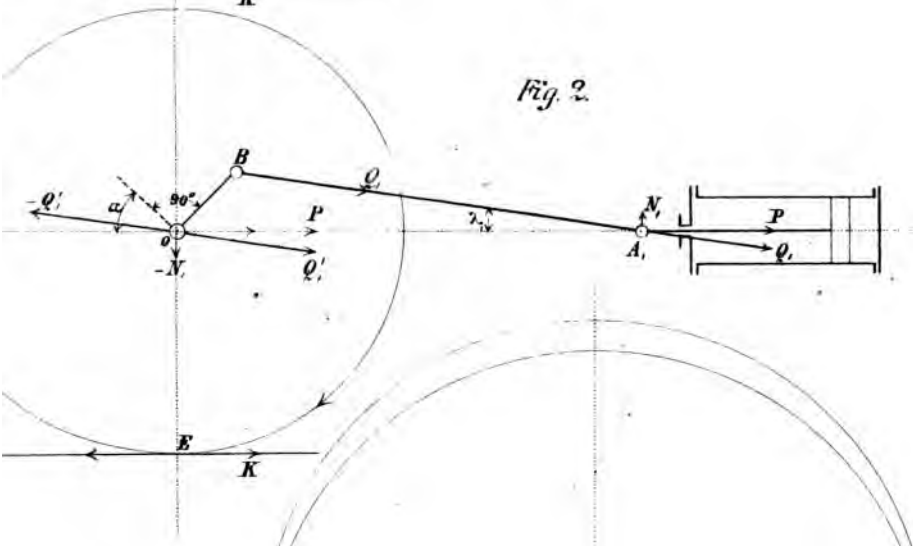
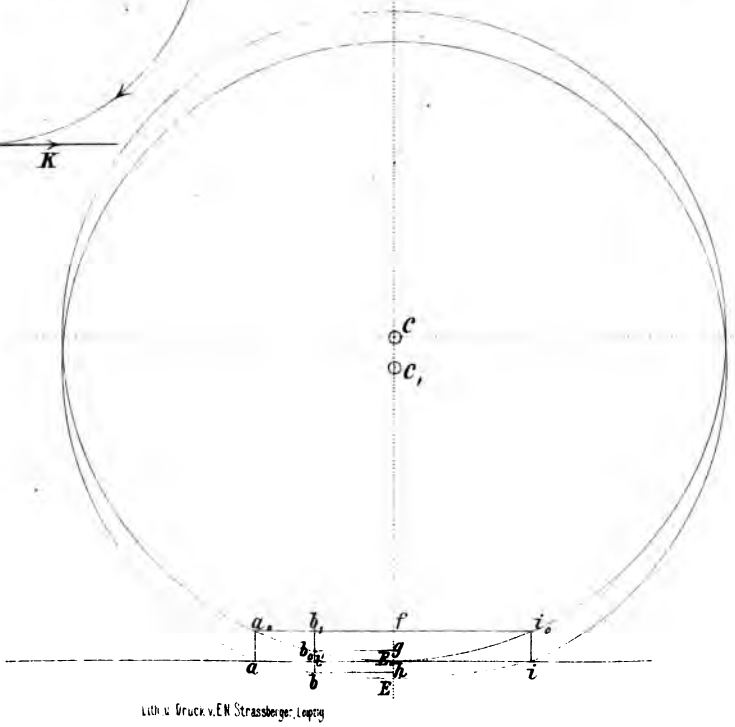
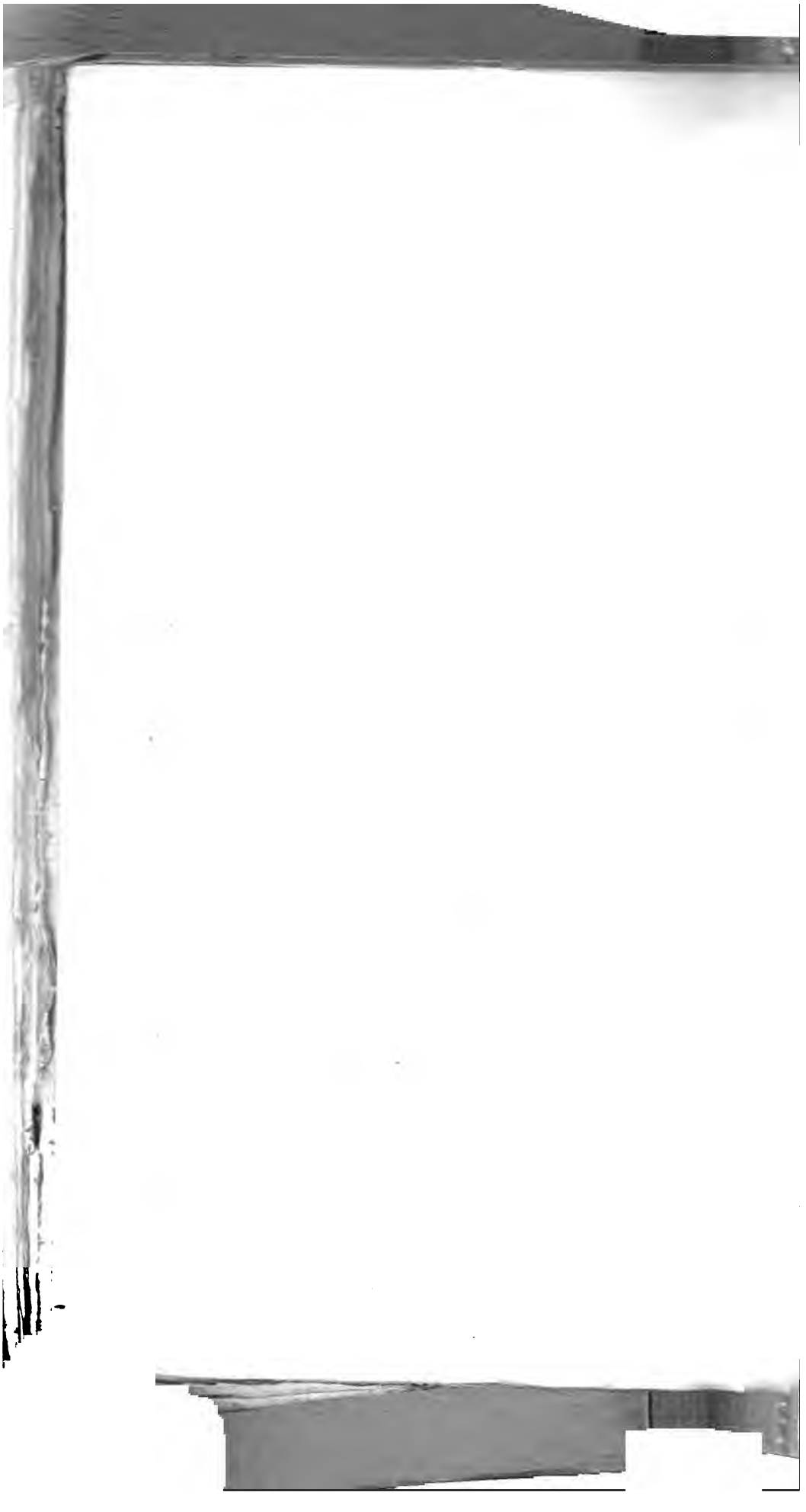


Fig. 2.

Fig. 3.



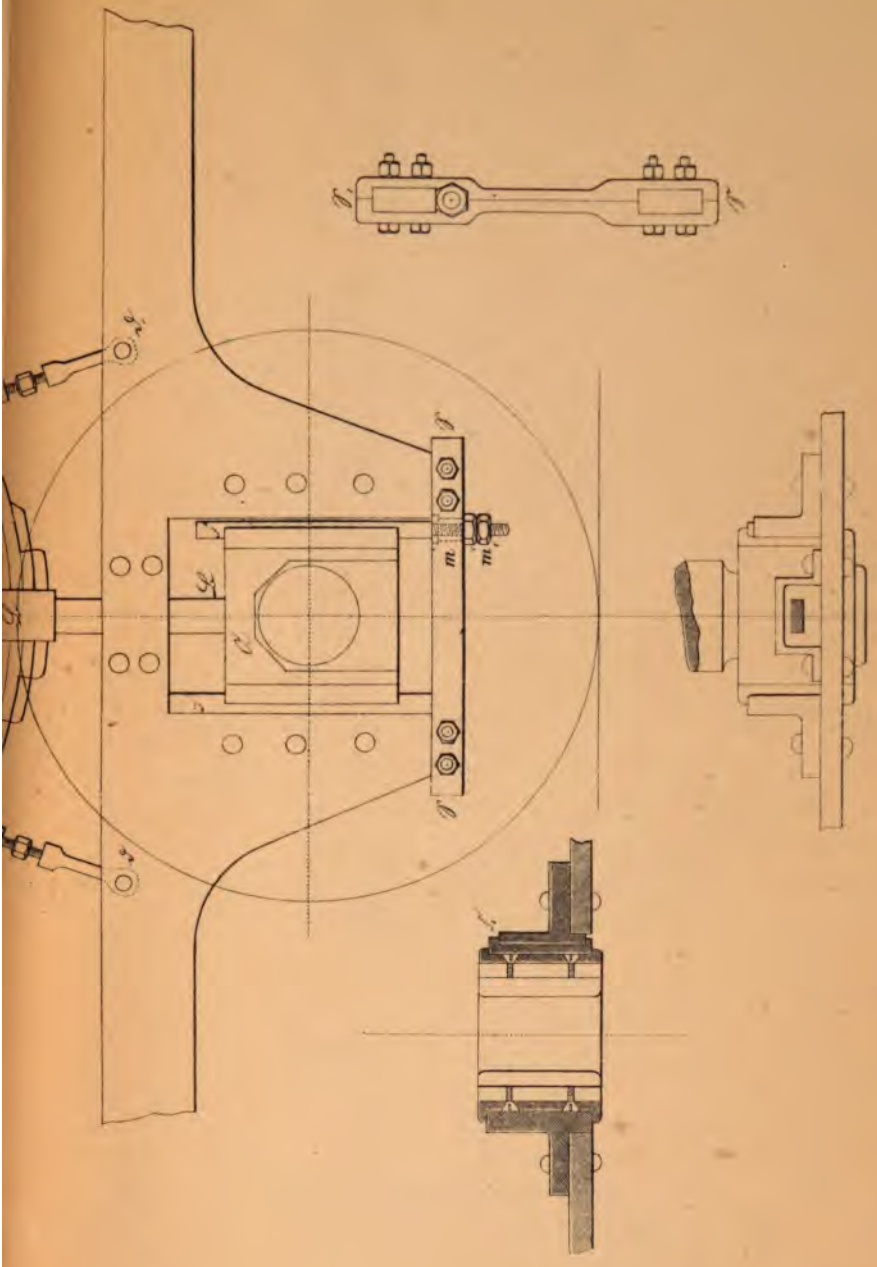
Lith u. Druck v. E.N. Strassberger, Leipzig



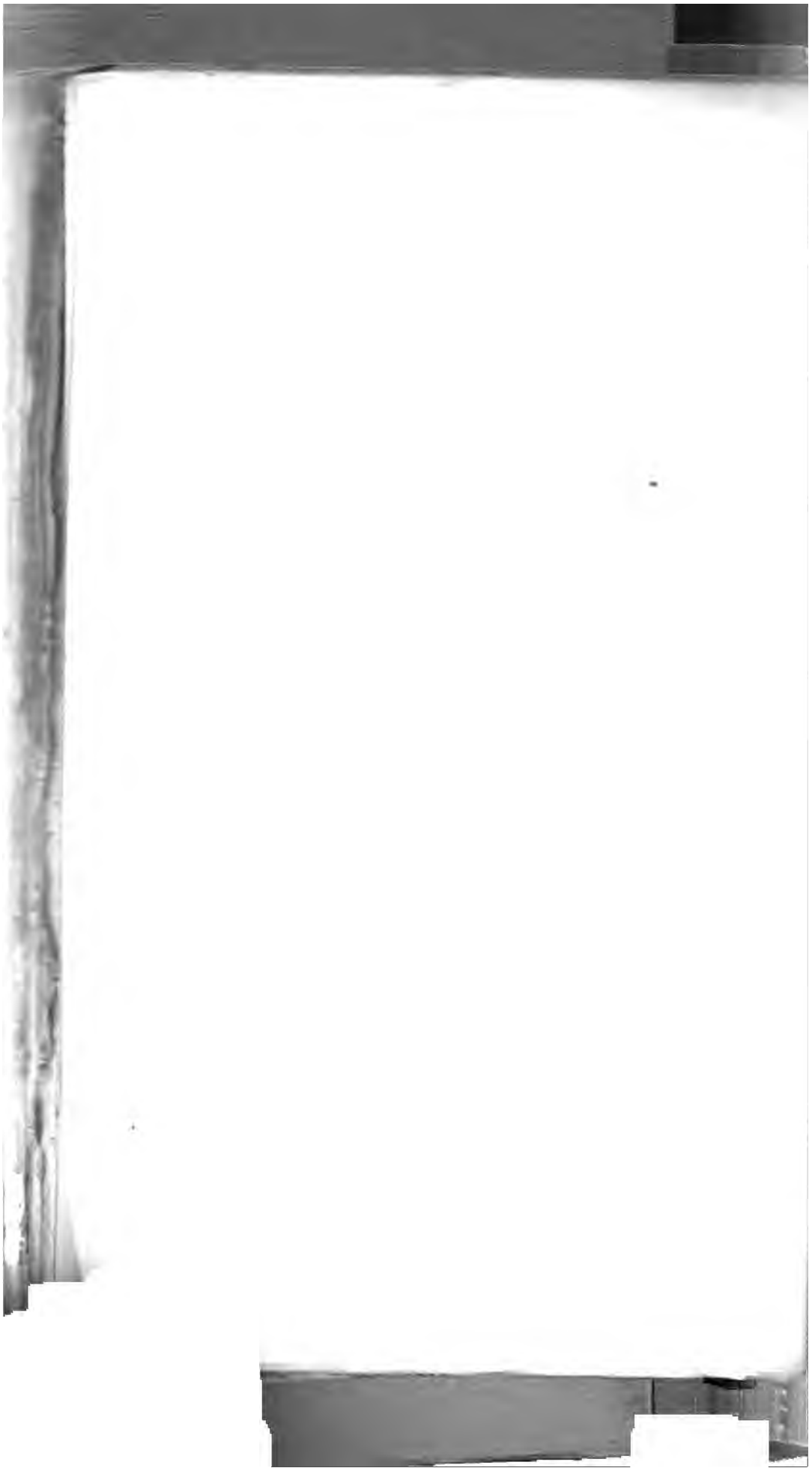
TRANSPORTATION

Locomotive.

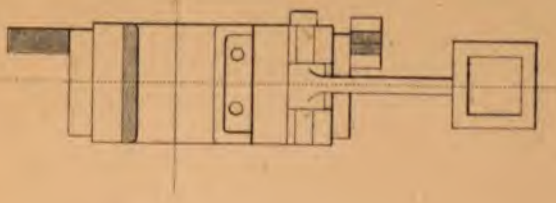
Tafel II

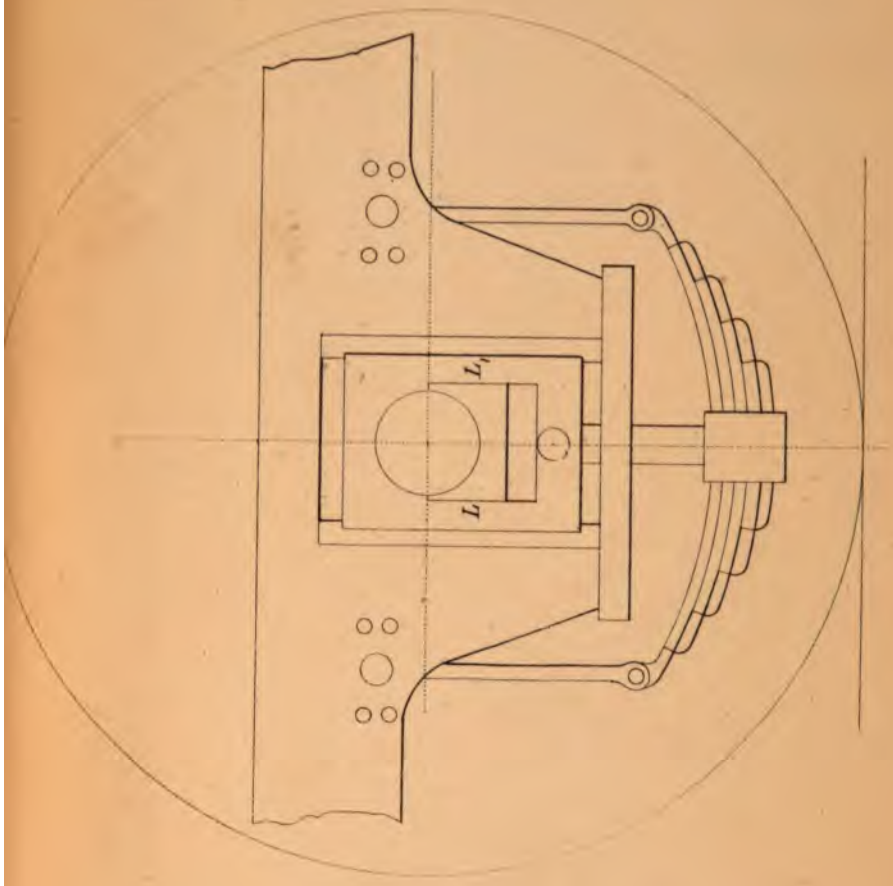


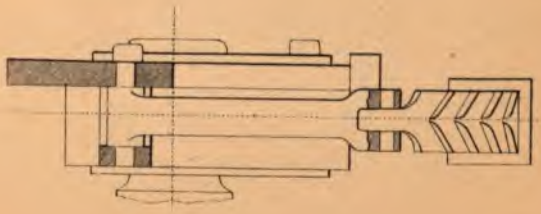
Lith u Druck v C N Starcke in Leipzig



TRANSPORTATION



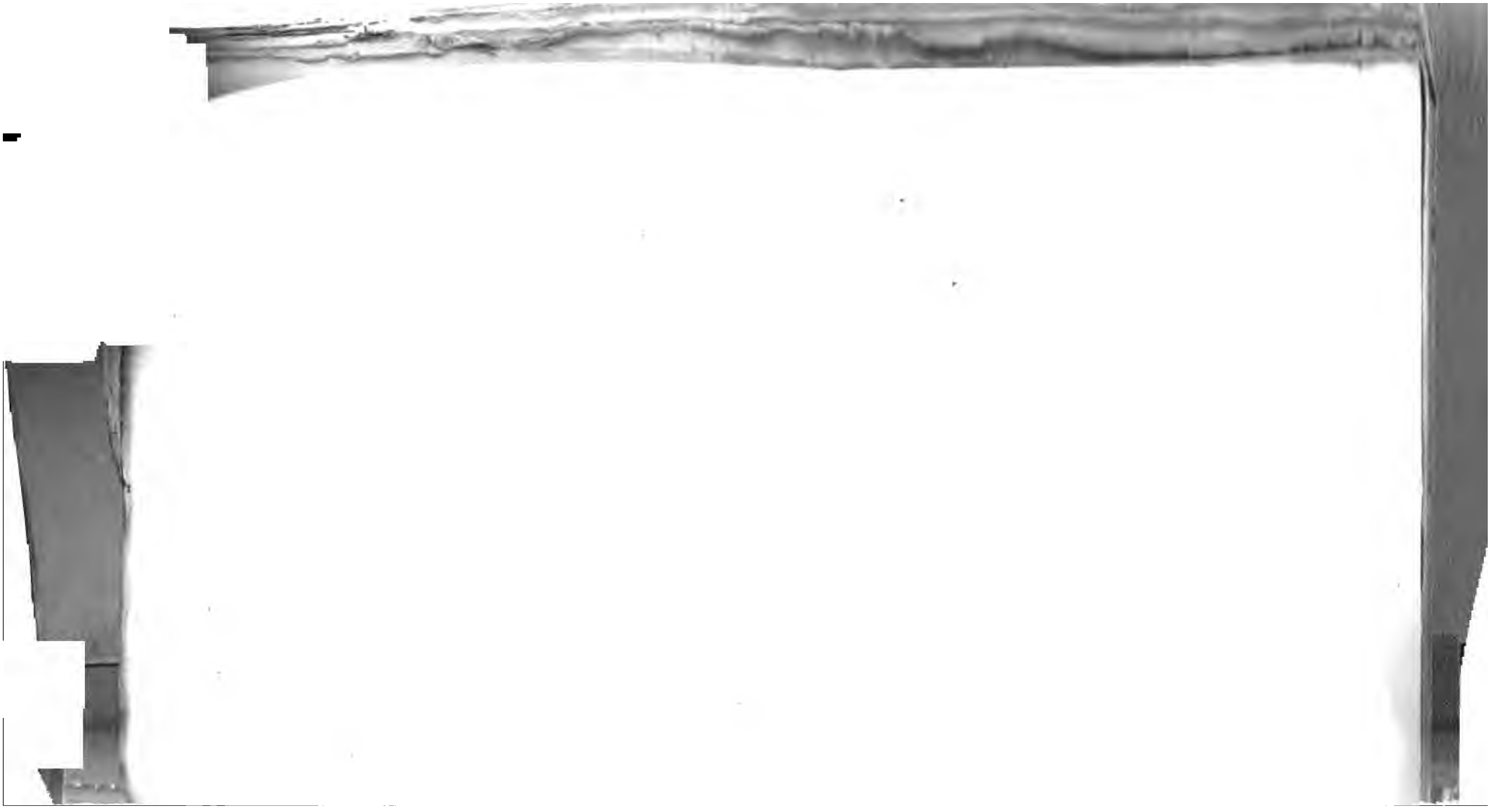




Lith. u. Druck v. E. N. Arnoldberger, Leipzig.

nbeck, Locomotive *Tafel II*

Druck v. N. Strassberger Leipzig



TRANSPORTATION

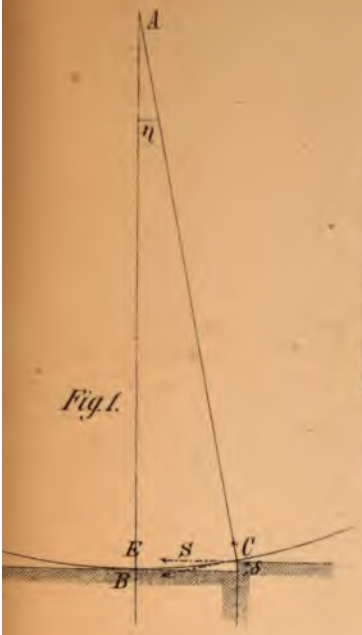


Fig. 1.

Fig. 3.

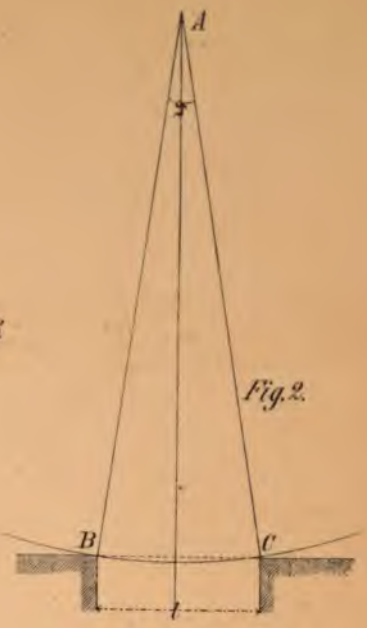


Fig. 2.

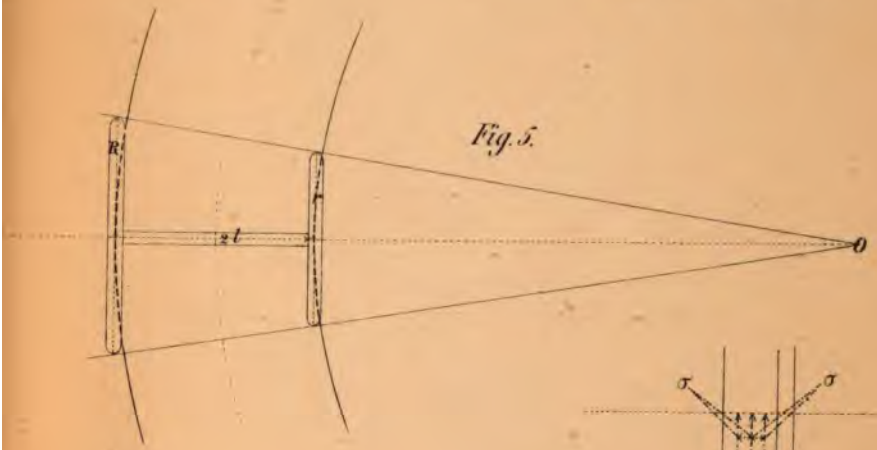


Fig. 5.

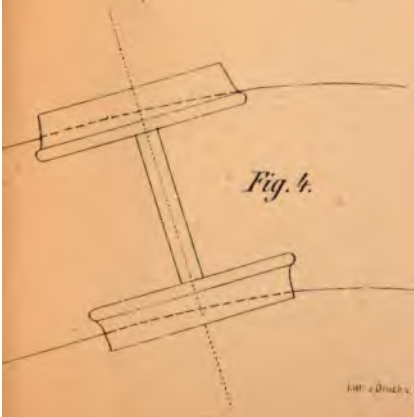


Fig. 4.

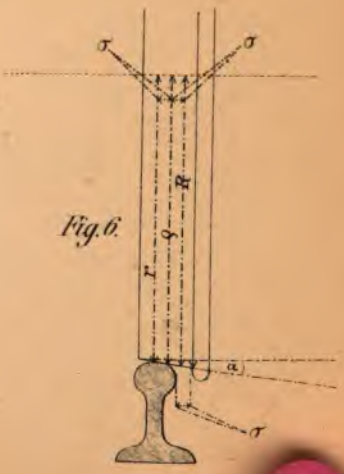


Fig. 6.

TRANSPORTATION

Fig. 1.

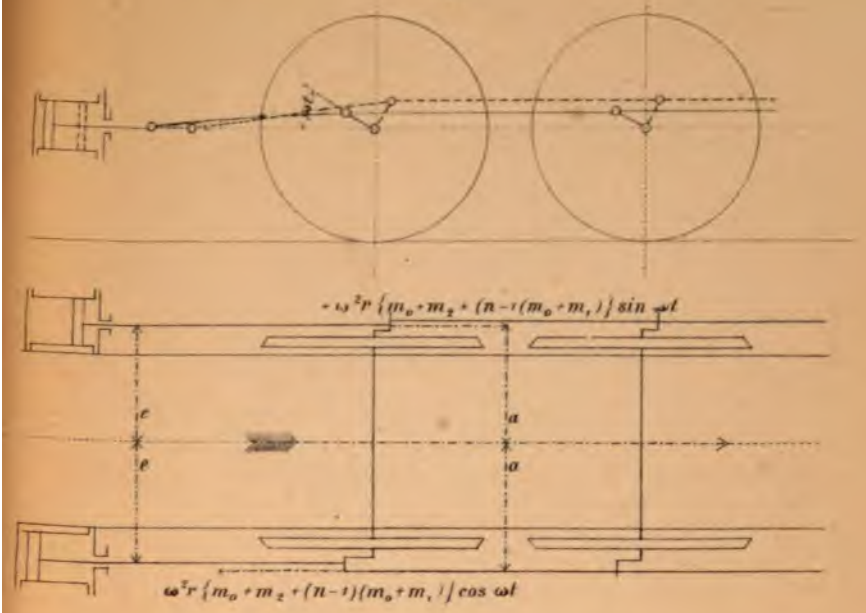
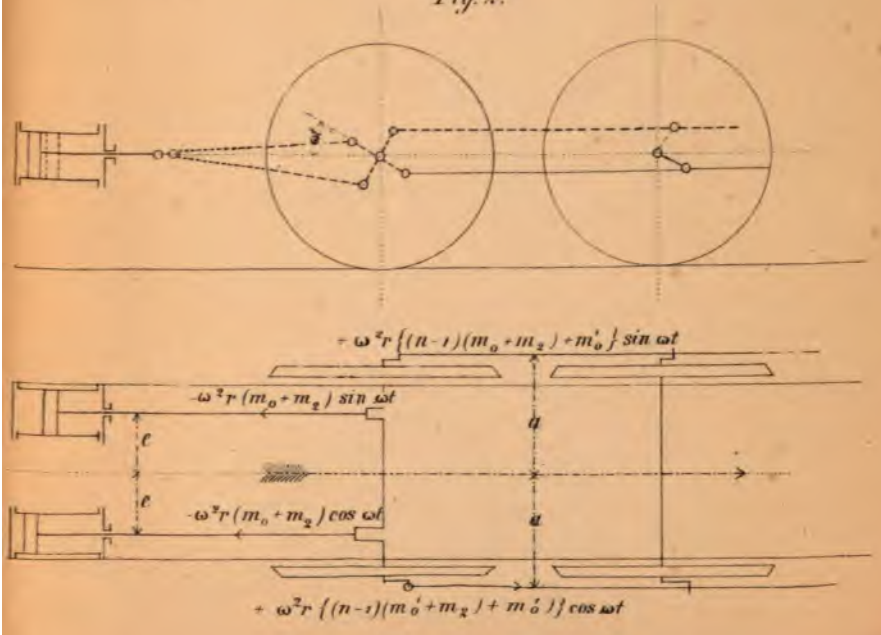


Fig. 2.



TRANSPORTATION

Fig. 1.

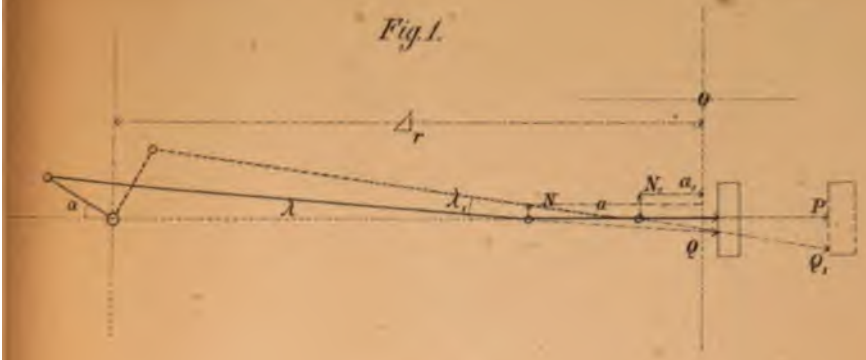


Fig. 2.

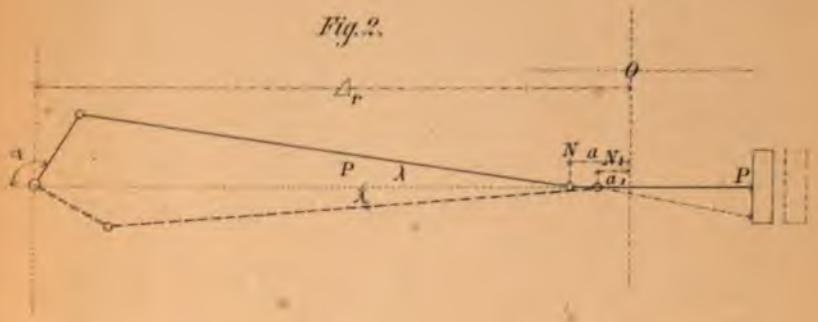
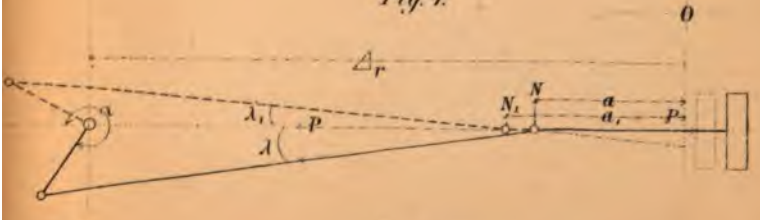


Fig. 3.

Fig. 4.



Lith. u. Druck v. E. N. Strassberger, Leipzig

d. Locomotive

Tafel VIII.

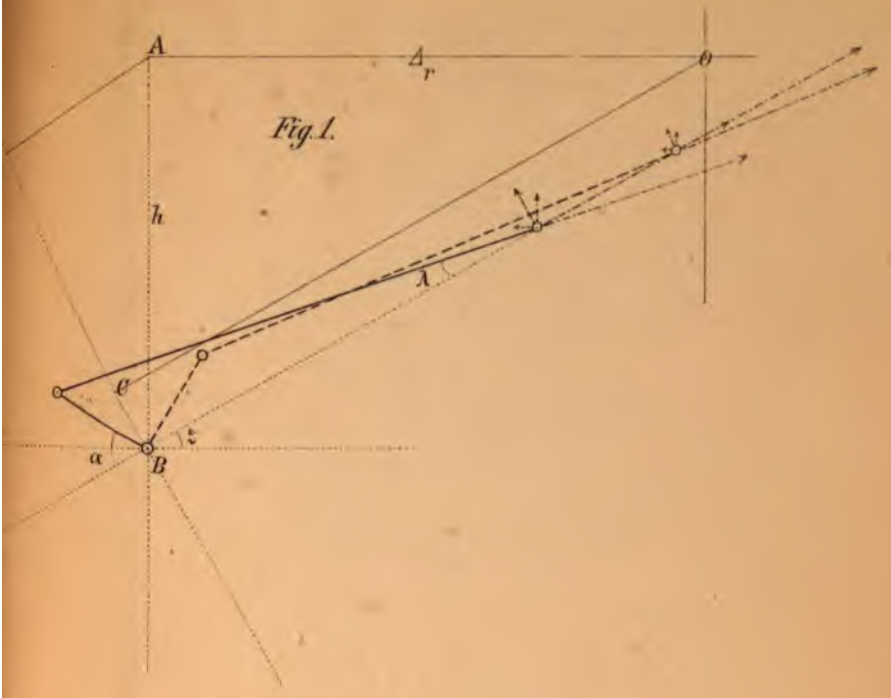
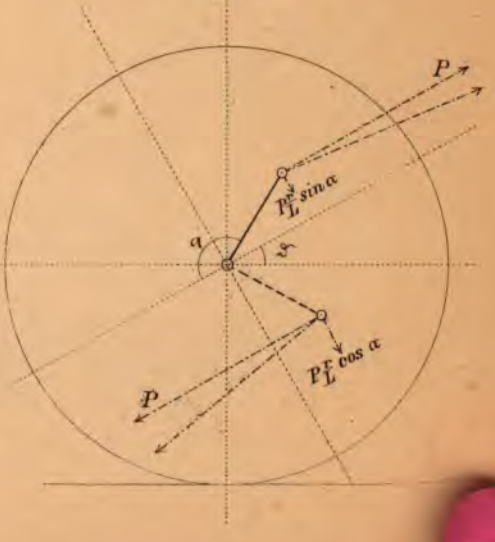
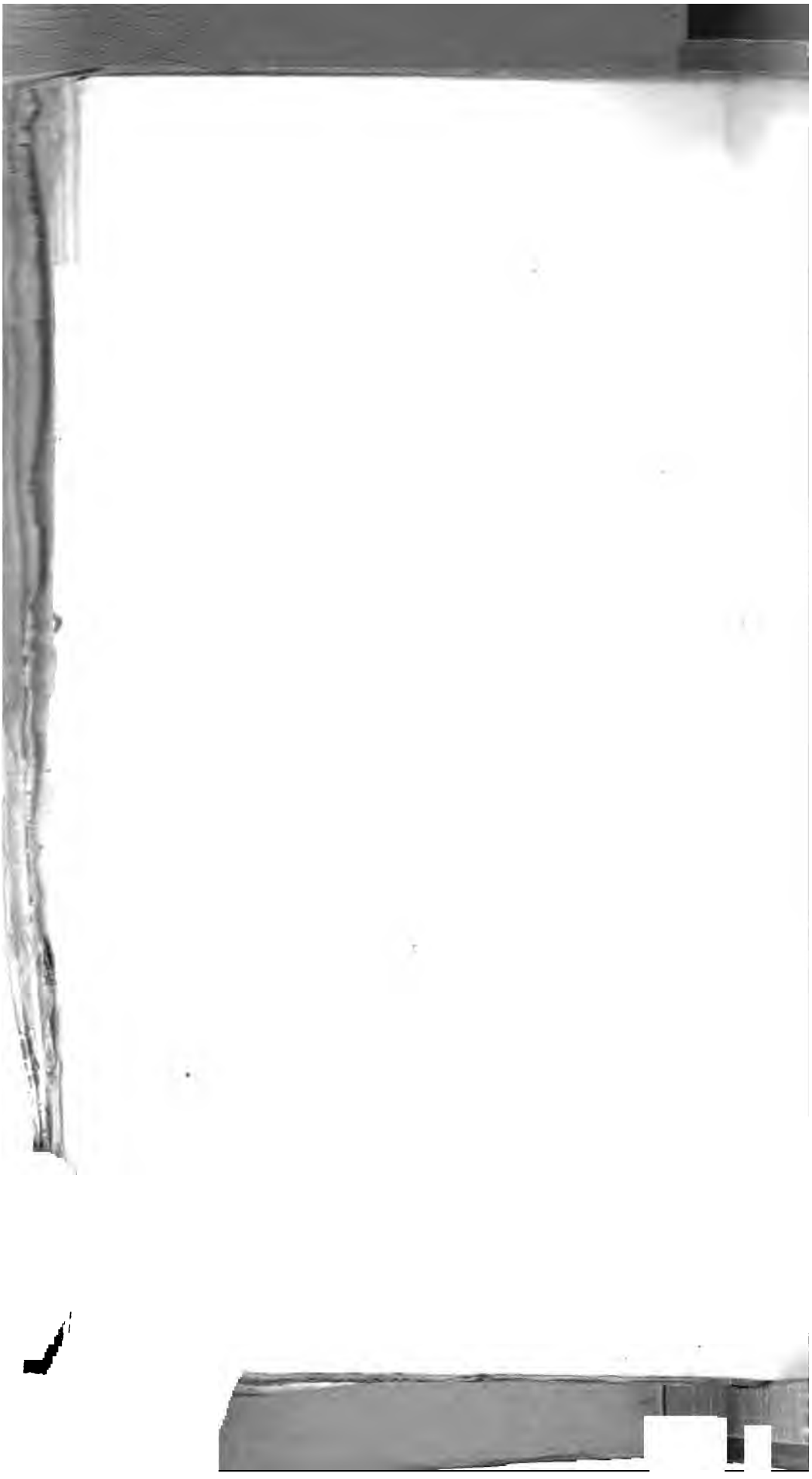


Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.





TRANSPORTATION

Tafel IX

Fig 3.

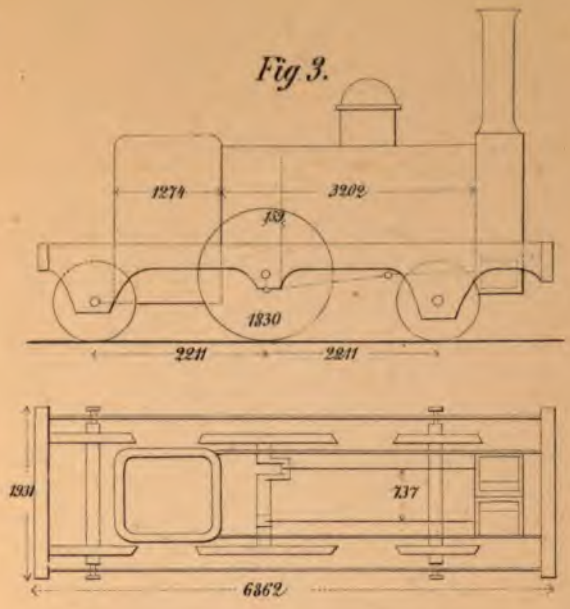
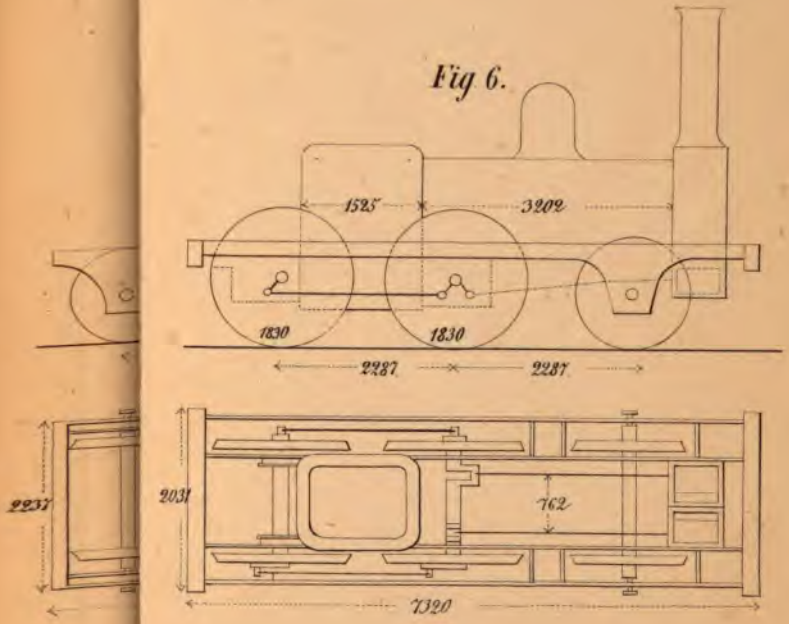


Fig 6.



TRANSPORTATION

Eis

Tafel V.

Fig. 9.

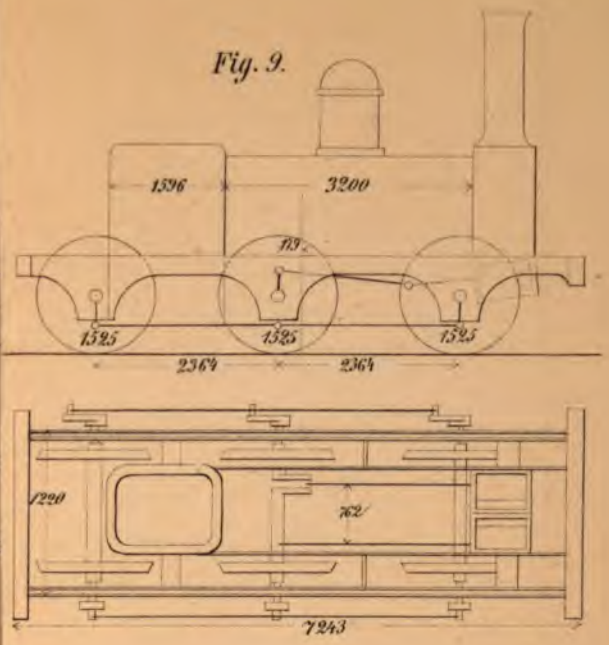
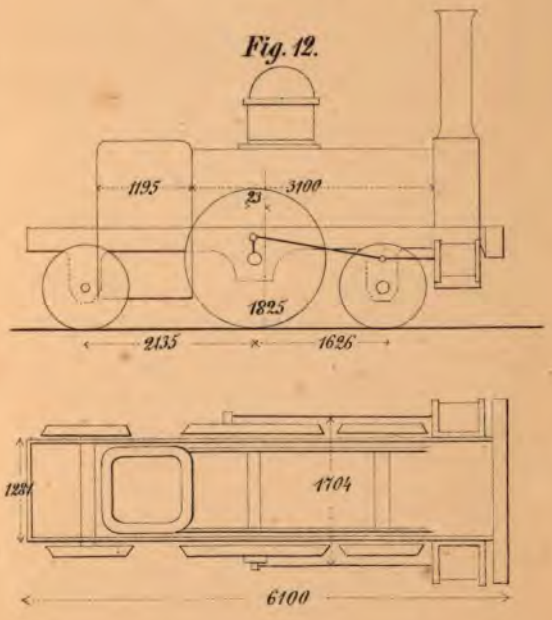


Fig. 12.



Einbeck

Tafel XI

Fig. 15.

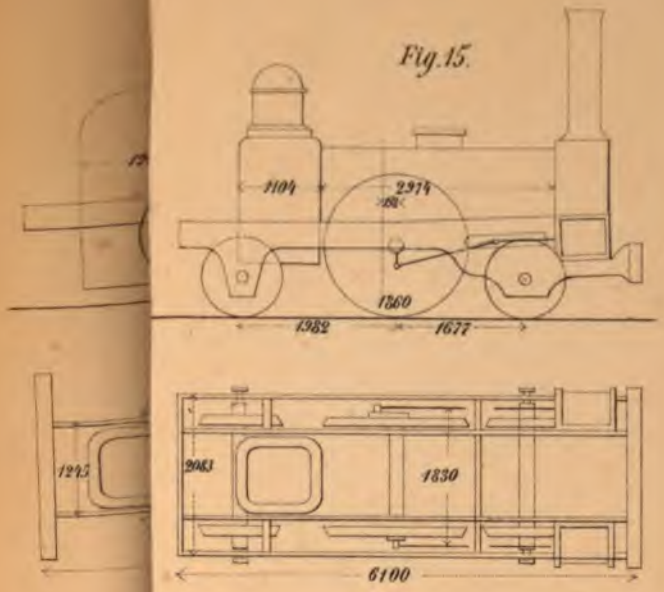
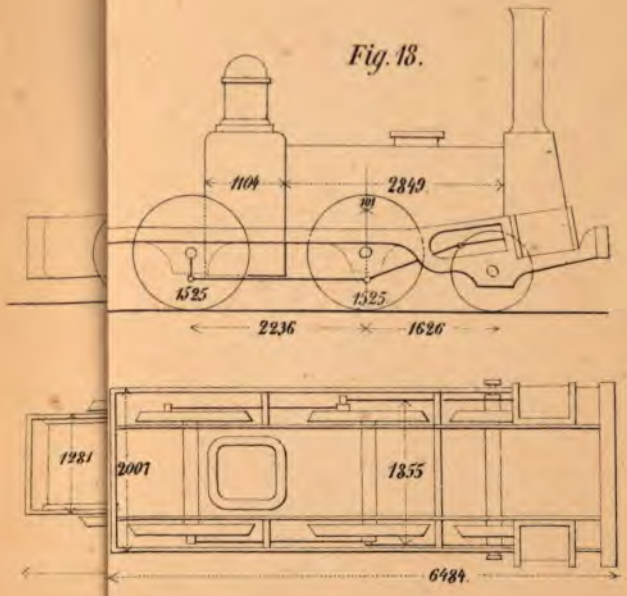


Fig. 18.



Verlag von Leopold Voss in Leipzig.

Arendt, Dr. R., Lehrbuch der anorganischen Chemie nach den neuesten Ansichten der Wissenschaft, auf rein experimenteller Grundlage. Für höhere Lehranstalten und zum Selbstunterricht methodisch bearbeitet. Mit zahlreichen in den Text eingedruckten Holzschnitten und einer farbigen Spectraltafel. 3. Auflage. Gr. 8. 7 M. 60 Pf.

Briot, Ch., Lehrbuch der mechanischen Wärmetheorie. Deutsch herausgegeben von Dr. H. Weber. Vom Verfasser autorisirte Ausgabe. Gr. 8. 6 M. 40 Pf.

Centralblatt, chemisches. Repertorium für reine, pharmaceutische, physiologische und technische Chemie. III. Folge, 5. Jahrgang. Lex. 8. 27 M.

Encyklopaedie, allgemeine, der Physik, bearbeitet von einer grösseren Anzahl Gelehrten, herausgegeben von Gustav Karsten. Liefg. 1—20. (Gemischten Inhalts.) Gr. 8. Nebst Atlas zu Lieferung 8. 166 M. 60 Pf.

Daraus apart bis jetzt erschienen, nachdem complet:

Band I. Karsten, G., F. Harms, G. Weyer, Einleitung in die Physik. 26 M.
„ II. Karsten, Dr. H., Lehrbuch der Krystallographie. 6 M.
„ IX. Helmholtz, H., Handbuch d. physiologischen Optik. Mit Atlas von XI Tafeln. 30 M.
„ XV. Lamont, J., Handbuch des Magnetismus. 15 M.
„ XIX. Feilitzsch, Dr. von, Lehre von den Fernewirkungen d. galvanischen Stromes. 30 M.
„ XX. Kuhn, C., Handb. d. angewandten Electricitätslehre. 54 M.
„ XXI. Schmid, Dr. E. E., Lehrb. d. Meteorologie. M. Atlas. 39 M.

Grashof, F., Theoretische Maschinenlehre. In vier Bänden. Gr. 8.
Band I. Hydraulik nebst mechanischer Wärmetheorie und allgemeiner Theorie der Heizung. 21 M.

Hankel, Herm., über eine besondere Classe der symmetrischen Determinanten. 4. 1 M. 20 Pf.

———— die Euler'schen Integrale bei unbeschränkter Variabilität des Argumentes. Gr. 8. 1 M.

———— über die Vieldeutigkeit der Quadratur und Rectification algebraischer Curven. Gr. 8. 1 M. 20 Pf.

———— Vorlesungen über die complexen Zahlen und ihre Functionen; in zwei Theilen. — Theil I. Theorie der complexen Zahlensysteme, insbesondere der gemeinen imaginären Zahlen und der Hamilton'schen Quaternionen, nebst ihrer geometrischen Darstellung. Gr. 8. 5 M. 40 Pf.

Helmholtz, H., über das Sehen des Menschen. Ein populär wissenschaftlicher Vortrag gehalten zu Königsberg in Pr. zum Besten von Kant's Denkmal am 27. Februar 1855. Gr. 8. 90 Pf.

Huxley, Th. H., Grundzüge der Physiologie in allgemein verständlichen Vorlesungen. Mit Bewilligung des Verfassers herausgegeben von Dr. L. Rosenthal. Mit einem Titelbilde und 86 in den Text eingedruckten Holzschnitten. In 16. 4 M.

Kant, Immanuel, Kritik der reinen Vernunft, herausgeg. von G. Hartenstein. Gr. 8. 4 M. 50 Pf.

———— sämmtliche Werke, in chronologischer Ordnung herausgegeben von G. Hartenstein. 8 Bände. Gr. 8. 36 M.

Schmid, Dr. E. E., Grundriss der Meteorologie. gr. 8. 4 M. 80 Pf.

Wundt, W., Vorlesungen über die Menschen- und Thierseele. 2 Bände. Gr. 8. 16 M. 20 Pf.

39.564

Druck von Pöschel & Trepte in Leipzig.

TRANSPORTATION
engrg. dept.

GAYLAMOUNT
PAMPHLET BINDER
~
Manufactured by
GAYLORD BROS. Inc.
Syracuse, N.Y.
Stockton, Calif.

TJ 635 .E35
Theoretische Untersuchung der
Stanford University Libraries
3 6105 041 650 255

635
E35

Stanford University Library
Stanford, California

In order that others may use this book, please return it as soon as possible, but not later than the date due.